

MARIA AUGUSTA DOETZER ROSOT

ESTUDO COMPARATIVO DE MÉTODOS PARA A  
AVALIAÇÃO VOLUMÉTRICA POR UNIDADE DE  
ÁREA EM UM POVOAMENTO DE *PINUS TAEDA* L.

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do Título de "Mestre em Ciências Florestais".

CURITIBA

1989

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS  
COORDENAÇÃO DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL

P A R E C E R

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado apresentada pela candidata MARIA AUGUSTA DOETZER ROSOT, sob o título "ESTUDO COMPARATIVO DE MÉTODOS PARA A AVALIAÇÃO VOLUMÉTRICA POR UNIDADE DE ÁREA EM UM POVOAMENTO DE Pinus taeda L." para obtenção do grau de Mestre em Ciências Florestais - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná. Área de concentração em MANEJO FLORESTAL, após haver analisado o referido trabalho e arguido a candidata, são de parecer pela "APROVAÇÃO" da Dissertação completando assim os requisitos necessários para receber o grau e o Diploma de Mestre em Ciências Florestais.

Observação:

O critério de aprovação da Dissertação e Defesa da mesma a partir de novembro de 1980 é apenas, APROVADA ou NÃO APROVADA.

Curitiba, 20 de dezembro de 1989



*Niro Higuchi*  
Prof.Dr. Niro Higuchi  
Primeiro Examinador

*Deiro José de Figueiredo*  
Prof.M.Sc. Deiro José de Figueiredo  
Segundo Examinador

*Sebastião do Amaral Machado*  
Prof.Ph.D. Sebastião do Amaral Machado  
Presidente da Banca

À MINHA MÃE E IRMÃO,  
À MEMÓRIA DE MEU PAI,  
AO NELSON E À MAJU.

## BIOGRAFIA

MARIA AUGUSTA DOETZER ROSOT, filha de Benno Henrique Doetzer e Norma T. Weigert Doetzer, nasceu a 10 de junho de 1963 em Curitiba - Paraná.

Cursou o 1º. e 2º. graus no Colégio de Nossa Senhora de Lourdes, concluindo sua formação secundária em 1980.

Em 1981 ingressou no Curso de Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná. No período de julho a dezembro de 1984 realizou estágio na área de Tecnologia da Madeira no Instituto de Utilização da Madeira e Ciência do Trabalho Florestal pertencente à Universidade Albert-Ludwig em Freiburg i.Br. - República Federal da Alemanha.

Concluiu a Graduação em setembro de 1985 e em 1986 iniciou o Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal na Universidade Federal do Paraná, completando os créditos no segundo semestre de 1987.

A partir de 1985 tem participado da execução de projetos de pesquisa na área de Inventário e Manejo Florestal realizados pela Fundação de Pesquisas Florestais do Paraná - FUPEF.

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Sebastião do Amaral Machado, pela dedicação, interesse e sempre pronta disponibilidade na orientação deste trabalho.

Ao Professor Nelson Carlos Rosot, pelo incentivo, confiança e presença de todos os momentos.

Ao co-orientador Professor Dartagnan Baggio Emerenciano, pela amizade, compreensão e pelo auxílio e sugestões no processamento dos dados.

À Denise Jeton Cardoso e ao Professor Décio José de Figueiredo, pelo apoio constante e pelo prazer do convívio diário.

Ao Professor Afonso Figueiredo Filho, pela amizade e pelas valiosas sugestões apresentadas para o desenvolvimento do trabalho.

Aos amigos e familiares, pela compreensão, interesse e estímulos recebidos.

Ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná, pela oportunidade de aprimoramento técnico-científico através da realização deste curso.

Ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pela concessão de bolsa de estudos.

À FUPEF - Fundação de Pesquisas Florestais do Paraná e à empresa IGUAÇU CELULOSE E PAPEL S/A, por permitirem a utilização dos dados.

Aos Professores e Funcionários do Curso de Engenharia Florestal da UFPR, em especial àqueles do Departamento de Silvicultura e Manejo, pela amizade e convivência diárias.

As Funcionárias da Biblioteca do Setor de Ciências Agrárias da UFPR, pela dedicação e interesse durante a fase de revisão bibliográfica.

Aos demais professores e colegas de curso que, direta ou indiretamente, colaboraram para a realização deste trabalho.

## SUMÁRIO

	LISTA DE FIGURAS .....	xi
	LISTA DE QUADROS .....	xvii
1	INTRODUÇÃO .....	1
1.1	OBJETIVOS .....	3
2	REVISÃO DE LITERATURA .....	4
2.1	DADOS SOBRE A ESPÉCIE .....	4
2.2	RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA .....	4
2.3	DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA .....	6
2.4	EQUAÇÕES DE VOLUME PARA ÁRVORES INDIVIDUAIS .....	8
2.5	FUNÇÃO DE FORMA .....	10
2.6	VARIÁVEIS DENDROMÉTRICAS RELACIONADAS COM O VO- LUME DO POVOAMENTO .....	24
2.7	EQUAÇÕES DE VOLUME PARA O POVOAMENTO (EQUAÇÕES DE VOLUME POR UNIDADE DE ÁREA) .....	28
3	MATERIAL E MÉTODOS .....	35
3.1	ORIGEM DOS DADOS .....	35
3.2	DESCRIÇÃO DA ÁREA .....	35
3.2.1	POVOAMENTO .....	36
3.3	AMOSTRAGEM .....	36
3.3.1	MEDIÇÕES EFETUADAS NAS UNIDADES DE AMOSTRA .....	37
3.3.2	CUBAGEM .....	37
3.4	ORGANIZAÇÃO DOS DADOS .....	38
3.5	CLASSIFICAÇÃO DIAMÉTRICA DO POVOAMENTO .....	38
3.6	RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA .....	38

3.7	ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS .....	39
3.7.1	ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS ATRAVÉS DE EQUAÇÃO VOLUMÉTRICA .....	39
3.7.1.1	OBTENÇÃO DOS VOLUMES POR UNIDADE DE ÁREA .....	40
3.7.2	ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS ATRAVÉS DE FUNÇÃO DE FORMA POR CLASSE DE DIÂMETRO .....	40
3.7.2.1	TESTE E AJUSTE DO POLINÔMIO DE 5º GRAU POR CLASSE DE DIÂMETRO .....	41
3.7.2.2	ELABORAÇÃO DE UM MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE .....	42
3.7.2.3	ESTUDO DE CORRELAÇÕES SIMPLES ENTRE Y E X ELEVADO A DIVERSAS POTÊNCIAS .....	42
3.7.2.4	PROCESSO STEPWISE .....	43
3.7.2.5	OBTENÇÃO DO VOLUME TOTAL DA ÁRVORE ATRAVÉS DA FUNÇÃO DE FORMA .....	46
3.7.2.6	ESTIMATIVA DO DIÂMETRO $d_{0,1}$ .....	46
3.7.2.7	OBTENÇÃO DOS VOLUMES POR UNIDADE DE ÁREA .....	47
3.7.3	ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS ATRAVÉS DE FUNÇÃO DE FORMA GENÉRICA .....	48
3.7.3.1	OBTENÇÃO DOS VOLUMES POR UNIDADE DE ÁREA .....	49
3.8	PROCESSAMENTO DAS PARCELAS .....	49
3.9	TESTES DE COMPARAÇÃO DE MÉDIAS .....	50
3.9.1	TESTE DE TUKEY .....	51
3.9.2	TESTE DE DUNCAN .....	51
3.9.3	TESTE DO D.M.S. ....	52
3.10	VARIÁVEIS TESTADAS .....	53
3.10.1	PARÂMETROS DAS PARCELAS .....	53
3.10.2	TRANSFORMAÇÃO DE VARIÁVEIS .....	54
3.10.3	CORRELAÇÃO LINEAR SIMPLES .....	54



3.11	AJUSTE E TESTE DE MODELOS PRÉ-SELECIONADOS DA LITERATURA .....	55
3.12	ELABORAÇÃO DE MODELOS ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE .....	56
3.13	FATOR DE CORREÇÃO PARA A DISCREPÂNCIA LOGARÍTMICA .....	56
3.14	CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DO MELHOR MODELO .....	57
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	64
4.1	CLASSIFICAÇÃO DIAMÉTRICA DO POVOAMENTO .....	64
4.2	RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA .....	64
4.3	ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS .....	68
4.3.1	ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS ATRAVÉS DE EQUAÇÃO VOLUMÉTRICA .....	68
4.3.2	ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS ATRAVÉS DE FUNÇÃO DE FORMA POR CLASSE DE DIÂMETRO .....	71
4.3.2.1	TESTE E AJUSTE DO POLINÔMIO DE 5º GRAU POR CLASSE DE DIÂMETRO .....	71
4.3.2.2	ELABORAÇÃO DE UM MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE .....	73
4.3.2.2.1	ESTUDO DE CORRELAÇÕES SIMPLES ENTRE Y E X ELEVADO A DIVERSAS POTÊNCIAS .....	73
4.3.2.2.2	PROCESSO STEPWISE .....	78
4.3.2.3	OBTENÇÃO DO VOLUME TOTAL DA ÁRVORE ATRAVÉS DA FUNÇÃO DE FORMA .....	80
4.3.2.4	ESTIMATIVA DO DIÂMETRO $d_{0,1}$ .....	83
4.3.3	ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS ATRAVÉS DE FUNÇÃO DE FORMA GENÉRICA .....	84
4.4	PROCESSAMENTO DAS PARCELAS .....	86
4.5	TESTES DE COMPARAÇÃO DE MÉDIAS .....	88

4.5.1	TESTE DE TUKEY .....	88
4.5.2	TESTE DE DUNCAN .....	89
4.5.3	TESTE DO D.M.S. ....	89
4.6	ESTUDO DE MODELOS PARA ESTIMAR O VOLUME POR UNIDADE DE ÁREA .....	91
4.6.1	CORRELAÇÃO LINEAR SIMPLES .....	91
4.7	SÉRIE A - ESTIMATIVAS ATRAVÉS DE EQUAÇÕES DE VOLUME .....	92
4.7.1	TESTE DE MODELOS PRÉ-SELECIONADOS DA LITERATURA .	92
4.7.2	ELABORAÇÃO DE MODELOS ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE - CONJUNTO DE VARIÁVEIS INDEPENDENTES COM CORRELAÇÃO SIMPLES $r \geq 0,7$ COM A VARIÁVEL DEPENDENTE .....	97
4.7.2.1	MODELOS DE NATUREZA ARITMÉTICA .....	97
4.7.2.2	MODELOS DE NATUREZA SEMI-LOGARÍTMICA .....	98
4.7.2.3	MODELOS DE NATUREZA LOGARÍTMICA .....	103
4.7.3	ELABORAÇÃO DE MODELOS ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE - CONJUNTO DE TODAS AS VARIÁVEIS INDEPENDENTES .....	105
4.7.3.1	MODELOS DE NATUREZA ARITMÉTICA .....	106
4.7.3.2	MODELOS DE NATUREZA LOGARÍTMICA .....	108
4.8	SÉRIE B - ESTIMATIVAS ATRAVÉS DE FUNÇÃO DE FORMA POR CLASSE DE DIÂMETRO .....	110
4.8.1	TESTE DE MODELOS PRÉ-SELECIONADOS DA LITERATURA .	110
4.8.2	ELABORAÇÃO DE MODELOS ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE - CONJUNTO DE VARIÁVEIS INDEPENDENTES COM CORRELAÇÃO SIMPLES $r \geq 0,7$ COM A VARIÁVEL DEPENDENTE .....	115
4.8.2.1	MODELOS DE NATUREZA ARITMÉTICA .....	115

4.8.2.2	MODELOS DE NATUREZA SEMI-LOGARÍTMICA .....	118
4.8.2.3	MODELOS DE NATUREZA LOGARÍTMICA .....	120
4.8.3	ELABORAÇÃO DE MODELOS ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE - CONJUNTO DE TODAS AS VARIÁVEIS INDEPENDENTES .....	122
4.8.3.1	MODELOS DE NATUREZA ARITMÉTICA .....	122
4.8.3.2	MODELOS DE NATUREZA LOGARÍTMICA .....	125
4.9	SÉRIE C - ESTIMATIVAS ATRAVÉS DE FUNÇÃO DE FORMA GENÉRICA .....	126
4.9.1	TESTE DE MODELOS PRÉ-SELECIONADOS DA LITERATURA	126
4.9.2	ELABORAÇÃO DE MODELOS ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE - CONJUNTO DE VARIÁVEIS INDEPENDENTES COM CORRELAÇÃO SIMPLES $r \geq 0,7$ COM A VARIÁVEL DEPENDENTE .....	130
4.9.2.1	MODELOS DE NATUREZA ARITMÉTICA .....	130
4.9.2.2	MODELOS DE NATUREZA SEMI-LOGARÍTMICA .....	133
4.9.2.3	MODELOS DE NATUREZA LOGARÍTMICA .....	136
4.9.3	ELABORAÇÃO DE MODELOS ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE - CONJUNTO DE TODAS AS VARIÁVEIS INDEPENDENTES .....	139
4.9.3.1	MODELOS DE NATUREZA ARITMÉTICA .....	139
4.9.3.2	MODELOS DE NATUREZA LOGARÍTMICA .....	141
5	CONCLUSÕES .....	144
	RESUMO .....	147
	SUMMARY .....	149
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	151
	APÊNDICE .....	156

## LISTA DE FIGURAS

1	Perfil do tronco de <i>Picea abies</i> .....	21
2	Função $y = x^a$ .....	21
3	Linha de regressão ajustada para dois modelos de função de forma e perfil do tronco de <i>Picea abies</i> .....	23
4	Histograma de frequência diamétrica do povoamento ....	66
5	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo 3 de relação hipsométrica .....	69
6	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca de árvores individuais para o modelo 3 .....	69
7	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o polinômio de 5º grau - Classe 2 .....	74
8	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o polinômio de 5º grau - Classe 3 .....	74
9	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o polinômio de 5º grau - Classe 4 .....	75
10	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o polinômio de 5º grau - Classe 5 .....	75
11	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o polinômio de 5º grau - Classe 6 .....	76
12	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o polinômio de 5º grau - Classe 7 .....	76
13	Linha de regressão ajustada para o polinômio de 5º grau - Todas as classes .....	86
14	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético 10 - Série A .....	96

15	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético 16 - Série A .....	96
16	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico 8 - Série A .....	97
17	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série A .....	100
18	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo semi-logarítmico com 2 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série A .....	100
19	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo semi-logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série A .....	101
20	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série A .....	105
21	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série A .....	108
22	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série A .....	109

23	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético 9 - Série B .....	113
24	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético 10 - Série B .....	113
25	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico 8 - Série B .....	115
26	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série B .....	116
27	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo semi-logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série B .....	118
28	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série B .....	120
29	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série B .....	124
30	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série B .....	124
31	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético 10 - Série C .....	128

32	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico 8 - Série C .....	130
33	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 1 variável independente - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série C .....	132
34	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série C .....	133
35	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo semi-logarítmico com 3 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série C .....	134
36	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo semi-logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série C .....	136
37	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série C .....	137
38	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 3 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série C .....	140

39	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série C .....	140
40	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico com 3 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série C .....	142
41	Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série C .....	142
42	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Classe 2 .....	158
43	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Classe 3 .....	158
44	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Classe 4 .....	159
45	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Classe 5 .....	159
46	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Classe 6 .....	160



47	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Classe 7 .....	160
48	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Potências de HRADETZKY - Classe 2 .....	161
49	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Potências de HRADETZKY - Classe 3 .....	161
50	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Potências de HRADETZKY - Classe 4 .....	162
51	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Potências de HRADETZKY - Classe 5 .....	162
52	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Potências de HRADETZKY - Classe 6 .....	163
53	Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Potências de HRADETZKY - Classe 7 .....	163

## LISTA DE QUADROS

1	Distribuição diamétrica do povoamento .....	65
2	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos de relação hipsométrica testados .....	67
3	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos de equação volumétrica testados .....	70
4	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão do polinômio de 5º grau por classe de diâmetro .....	72
5	Correlações lineares simples entre y e x elevado a diversas potências .....	77
6	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos de função de forma por classe de diâmetro elaborados pelo processo Stepwise .....	79
7	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos de função de forma por classe de diâmetro elaborados pelo processo Stepwise - Potências de HRADETZKY . ....	81
8	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão do modelo para estimar o diâmetro do,1 .....	83
9	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos de função de forma genérica .....	85
10	Análise de variância - Delineamento Inteiramente Casualizado - 3 tratamentos - 150 repetições .....	88
11	Testes de comparação de médias - Quadro resumo .....	90

12	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos melhores modelos aritméticos testados - Série A .....	94
13	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos melhores modelos logarítmicos testados - Série A .....	95
14	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos aritméticos obtidos através do processo Stepwise - Série A .....	99
15	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos semi-logarítmicos obtidos através do processo Stepwise - Série A .....	102
16	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos logarítmicos obtidos através do processo Stepwise - Série A .....	104
17	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos aritméticos e logarítmicos com 3 e com 4 variáveis independentes obtidos através do processo Stepwise - Série A .....	107
18	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos melhores modelos aritméticos testados - Série B .....	111
19	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos melhores modelos logarítmicos testados - Série B .....	114
20	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos aritméticos obtidos através do processo Stepwise - Série B .....	117
21	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos semi-logarítmicos obtidos através do processo Stepwise - Série B .....	119

22	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos logarítmicos obtidos através do processo Stepwise - Série B .....	121
23	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos aritméticos e logarítmicos com 3 e com 4 variáveis independentes obtidos através do processo Stepwise - Série B .....	123
24	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos melhores modelos aritméticos testados - Série C .....	127
25	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos melhores modelos logarítmicos testados - Série C .....	129
26	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos aritméticos obtidos através do processo Stepwise - Série C .....	131
27	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos semi-logarítmicos obtidos através do processo Stepwise - Série C .....	135
28	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos logarítmicos obtidos através do processo Stepwise - Série C .....	138
29	Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos aritméticos e logarítmicos com 3 e com 4 variáveis independentes obtidos através do processo Stepwise - Série C .....	143
30	Correlações lineares simples entre as variáveis dependentes e independentes envolvidas na pesquisa ....	157

## 1 INTRODUÇÃO

Todo proprietário de áreas florestais tem a necessidade de estimativas rápidas e confiáveis sobre o volume do povoamento florestal. Para a obtenção deste volume têm sido empregadas muitas e variadas metodologias.

O método tradicional envolve a obtenção do volume por árvore individual através da medição do diâmetro e altura e posterior aplicação ou de um fator de forma para a espécie ou de equações volumétricas. A produção por unidade de área é obtida, então, pelo somatório dos volumes das árvores individuais.

Outra possibilidade é a utilização de função de forma, que, através de cálculo integral, fornece os volumes total e comercial por árvore individual. Os volumes por unidade de área são obtidos pelo somatório dos volumes individuais. Este método é mais flexível, pois pode-se sempre integrar a função até o ponto desejado, obtendo-se os volumes relativos a qualquer altura ou diâmetro na ponta fina.

Uma terceira alternativa seria estimar o volume por unidade de área diretamente, ou seja, sem a necessidade de avaliação do volume individual de cada árvore. Nesse caso podem ser utilizados modelos de regressão onde a variável dependente seja o volume por hectare e as variáveis independentes sejam, por exemplo, a área basal, a altura dominante, o número de árvores por hectare, enfim, variáveis em número reduzido e de fácil medição no campo.

A avaliação quantitativa do povoamento é, sem dúvida, o subsídio principal para a elaboração de planos de manejo que são vitais para a produção ordenada na economia de uma empresa e do país.

O inventário florestal sempre significa um custo à produção florestal. Quando se tem por objetivo final a avaliação volumétrica - o que acontece na maior parte das vezes - a otimização custo/precisão é extremamente importante.

Na verdade, todas as metodologias desenvolvidas para estimar o volume por unidade de área, desde as tradicionais às mais inovadoras, visam sempre estabelecer um ponto de equilíbrio entre níveis de precisão aceitáveis e custos minimizados.

A possibilidade de se estimar o volume do povoamento diretamente, utilizando variáveis de fácil medição, como área basal( $G$ ) e altura dominante( $h_{dom}$ ), por exemplo, permite a redução do tempo dispendido nos trabalhos de campo, bem como no processamento dos dados, o que implica numa redução direta dos custos. Não se pode esquecer, no entanto, de avaliar o processo no que se refere à confiabilidade das estimativas fornecidas. Por outro lado, os métodos que envolvem o cômputo dos volumes das árvores individuais para então se chegar ao volume do povoamento, têm sido amplamente testados, discutidos e utilizados pela maioria das empresas florestais, de forma que já se tornaram tradicionais.

Uma comparação entre as diversas metodologias empregadas, tendo sempre como ponto de referência o fator técnico-científico, é interessante à medida que permite uma avaliação direta das vantagens e desvantagens de cada método,

proporcionando ao mesmo tempo uma visão clara de sua aplicação.

### 1.1 OBJETIVOS

Esta pesquisa tem por objetivos:

- Definir, testar e comparar diferentes metodologias para a obtenção do volume com casca por unidade de área ( $\text{m}^3/\text{ha}$ ).
- Comparar as médias dos volumes por parcela ( $\text{m}^3/\text{ha}$ ) obtidos através de cada metodologia, utilizando para tal testes de comparação de médias.
- Realizar testes de correlação linear simples entre as variáveis medidas (ou estimadas) nas parcelas - nas suas formas originais ou transformadas - e a variável dependente (volume por hectare).
- Testar modelos pré-selecionados na literatura para estimar o volume total com casca por unidade de área, utilizando os dados obtidos através de cada metodologia, individualmente.
- Elaborar modelos pelo processo Stepwise de seleção de variáveis para estimar o volume total com casca por unidade de área, utilizando os dados obtidos através de cada metodologia, individualmente.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 DADOS SOBRE A ESPÉCIE

O *Pinus taeda* L. é uma conífera pertencente à família Pinaceae, cuja região de ocorrência natural são os Estados Unidos da América. (MIROV<sup>40</sup>, JOLY<sup>29</sup>)

Segundo GOLFARI<sup>19</sup> o *Pinus taeda* L. pertence ao grupo de coníferas que necessitam chuvas uniformemente distribuídas durante o ano. Na sua região de origem o clima é de montanha, temperado ou subtropical, com uma amplitude de temperaturas médias anuais de 13°C a 22°C. No mês mais frio do ano a temperatura média oscila entre 2°C e 15°C e no mês mais quente, entre 24°C e 26°C. A precipitação média anual varia de 920mm a 1550mm. O autor ressalta ainda que o *Pinus taeda* é uma das poucas espécies do gênero que suportam solos mal drenados.

### 2.2 RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA

Altura total é a distância ao longo do eixo do tronco da árvore compreendida entre o solo e o topo da árvore (HUSCH et al.<sup>28</sup>).

Relação hipsométrica é a regressão de altura sobre diâmetro em um povoamento em uma determinada data (ENCONTRO NACIONAL PARA PADRONIZAÇÃO DA TERMINOLOGIA FLORESTAL<sup>15</sup>).

As curvas de altura-diâmetro não representam uma relação biológica definida, tal como altura sobre idade ou diâmetro sobre idade. Quando tal curva é tomada em povoamentos contendo



diversas classes de idade e variedades de sítios, as árvores individuais apresentarão uma grande variabilidade em altura para o mesmo diâmetro (CHAPMAN & MEYER<sup>23</sup>). No entanto, PITA CARPENTER<sup>44</sup> trabalhando em povoamentos de *Pinus pinaster*, *Eucalyptus globulus* e *Pinus uncinata*, desenvolveu relações altura-diâmetro que, em bosques irregulares, permaneceram pouco alteradas com o tempo.

HENRIKSEN<sup>24</sup>, estudando a relação entre a altura e o logaritmo do diâmetro, constatou que esta mostra-se aproximadamente como linear. Pode ser representada pela equação geral:

$$h = a \log d + c \quad , \text{ onde}$$

a = coeficiente de inclinação

c = constante

Testando esta relação para *Pinus resinosa*, *Fagus grandifolia* e para ambas as espécies, a inclinação tende a crescer com o aumento da altura do povoamento, enquanto que a intersecção permanece mais ou menos constante durante o desenvolvimento do povoamento.

HUSCH et al.<sup>25</sup> afirmam que, se duas variáveis correlacionam-se individualmente com uma terceira variável, então elas devem correlacionar-se também entre si. Desde que tanto a altura como o diâmetro estão correlacionados com a idade, então a altura deve apresentar correlação com o diâmetro, relação esta que pode ser expressa por uma função

matemática. Entre os vários modelos de relação hipsométrica testados encontram-se:

$$h = b_0 + b_1 d + b_2 d^2 \quad (\text{Trorey, 1932})$$

$$\log h = b_0 + b_1 1/d \quad (\text{Curtis})$$

$$\log h = b_0 + b_1 \log d \quad (\text{Stoffels \& Van Soest, 1953})$$

$$h = b_0 + b_1 \log d \quad (\text{Henriksen}),$$

onde

$h$  = altura total

$d$  = diâmetro a 1,30m (DAP)

$\log$  = logaritmo na base 10

$b_0, b_1, b_2$  = coeficientes

SCHMIDT<sup>47</sup> testou vários modelos de relação hipsométrica em povoamentos de *Pinus taeda* e constatou que, de uma maneira geral, os modelos logarítmicos e exponenciais apresentaram melhores resultados do que os não logarítmicos. O modelo que apresentou melhor ajuste foi o modelo de Stoffels ( $\log h = b_0 + b_1 \log d$ ).

## 2.3 DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA

Segundo PRODAN<sup>45</sup> um povoamento equiâneo onde todos os indivíduos estão sujeitos ao mesmo regime de manejo e que ainda não atingiu o seu estágio final, possui uma distribuição de frequência diamétrica que se aproxima da distribuição normal. Numa representação gráfica a curva obtida apresenta-se em forma de "sino", ou seja, as maiores frequências concentram-se nos valores médios e as menores nos valores extremos. Mesmo atingido o estágio de senilidade, povoamentos puros equiâneos apresentam uma curva de frequência diamétrica de tendência

unimodal, que é característica da distribuição normal. Deve-se observar, porém, que a distribuição normal teórica é simétrica, enquanto que a distribuição diamétrica de povoamentos puros equiâneos apresenta uma assimetria mais ou menos acentuada à direita (povoamentos jovens) ou à esquerda (povoamentos velhos).

Segundo o mesmo autor, o diâmetro médio aritmético ( $\bar{d}$ ) é o mais usado em experimentos biológicos e em cálculos estatísticos, pois ele caracteriza a distribuição de frequência diamétrica de todos os povoamentos que se aproximam de uma curva normal. Os diâmetros podem se situar numa faixa ampla ou reduzida (maior ou menor amplitude). Podem também concentrar-se em torno da média aritmética ou seguir outros tipos de distribuições. O desvio-padrão ( $s$ ) é o valor médio dos desvios de todos os diâmetros em relação ao diâmetro médio. A relação entre a amplitude diamétrica e o desvio-padrão - considerando-se uma distribuição normal - apresenta-se da seguinte maneira:

68% das árvores possuem diâmetros compreendidos entre ( $\bar{d} - s$ ) e ( $\bar{d} + s$ ),

95% das árvores possuem diâmetros compreendidos entre ( $\bar{d} - 2s$ ) e ( $\bar{d} + 2s$ ) e

99,7% das árvores possuem diâmetros compreendidos entre ( $\bar{d} - 3s$ ) e ( $\bar{d} + 3s$ ), sendo:

$\bar{d}$  = diâmetro médio aritmético

$s$  = unidade de desvio-padrão

Essas considerações aplicam-se a povoamentos equiâneos.

ANUCHIN<sup>2</sup> afirma que, em qualquer povoamento homogêneo, os quocientes e fatores de forma variam da mesma maneira que os

diâmetros e alturas. Estas variações são menores dentro das classes diamétricas isoladas e podem ser caracterizadas por valores médios de quocientes e fatores de forma que decrescem gradualmente da classe mais baixa para a classe mais alta. A distribuição das árvores de acordo com os fatores de forma para cada classe de diâmetro separadamente e para o total do povoamento pode ser descrita por curvas de distribuição normal, o que facilita o estabelecimento de valores médios para caracterizar os volumes de árvores individuais e do povoamento.

#### 2.4 EQUAÇÕES DE VOLUME PARA ÁRVORES INDIVIDUAIS

O volume de uma árvore é considerado como sendo uma função do DAP, alguma medida de altura e uma expressão da forma da árvore. Essa medida da altura pode referir-se à altura total ou comercial da árvore e a expressão da forma pode ser representada pelos quocientes ou fatores de forma (CLUTTER et al.<sup>19</sup>). Segundo HUSCH et al.<sup>20</sup> o diâmetro, a altura e a forma são variáveis independentes comumente usadas para determinar os valores da variável dependente - o volume da árvore. O resultado final pode ser expresso em forma tabular, constituindo as chamadas tabelas de volume, que fornecem o volume médio de árvores individuais numa unidade específica, em termos de uma ou mais das dimensões da árvore previamente mencionadas.

O mesmo autor apresenta uma classificação das tabelas de volume conforme segue:

a) Tabelas de volume locais - Fornecem o volume da árvore em termos de DAP somente. São assim chamadas devido ao

fato de serem restritas a uma área específica onde a relação diâmetro-altura implícita na tabela é relevante.

b) Tabelas de volume regionais - Fornecem o volume da árvore em termos de DAP e altura (total ou comercial). Tabelas desse tipo podem ser preparadas para uma espécie ou um grupo de espécies em uma localidade específica. A sua aplicabilidade, no entanto, vai depender da forma da árvore.

c) Tabelas de volume baseadas na classe de forma - Fornecem os volumes em termos de DAP, altura total ou comercial e alguma medida da forma da árvore. Essas tabelas vêm em conjunto, com uma tabela para cada classe de forma. Devido às grandes variações existentes na forma devido ao tamanho e espécie da árvore e ao sítio, não se recomenda que se considere apenas uma classe de forma para o povoamento, especialmente quando se estiver trabalhando com áreas extensas.

CLUTTER et al.<sup>9</sup> relacionam uma série de equações de volume para árvores individuais que são as mais comumente usadas no meio florestal:

1. Eq. do fator de forma constante  $v = b_1 d^2 h$
2. Eq. de Spurr ou da variável combinada  $v = b_0 + b_1 d^2 h$
3. Eq. da variável combinada generalizada  $v = b_0 + b_1 d^2 + b_2 h + b_3 d^2 h$
4. Eq. de Schumacher & Hall  $v = b_1 d^{b_2} h^{b_3}$  ou  
(forma linearizada)  $\log v = \log b_1 + b_2 \log d + b_3 \log h$
5. Eq. logarítmica generalizada  $v = b_0 + b_1 d^{b_2} h^{b_3}$
6. Eq. da variável transformada de Honer  $v = \frac{d^2}{(b_0 + b_1 h^{-1})}$
7. Eq. da classe de forma  $v = b_0 + b_1 d^2 h^f$

Onde:

$v$  = volume

$h$  = altura total ou comercial

$d$  = DAP

$f$  = alguma expressão da forma da árvore

$b_0, b_1, b_2, b_3$  = coeficientes

Estas equações se aplicam tanto no cálculo de volumes totais como comerciais.

## 2.5 FUNÇÃO DE FORMA

LARSON<sup>34</sup>, em 1963, elaborou uma extensa e minuciosa revisão bibliográfica a respeito do desenvolvimento da forma do fuste. Entre os tópicos abordados pelo autor destacam-se as variáveis que afetam a forma, como por exemplo:

- Condições durante o crescimento: árvores crescendo isoladas tendem a ser bastante cônicas, enquanto que árvores crescendo dentro do povoamento, onde existe competição natural, tendem a possuir fustes mais cilíndricos com o aumento da idade.
- Tamanho da copa: quanto maior o tamanho e comprimento da copa, maior será a conicidade do fuste.
- Sítio: árvores crescendo em sítios ruins tendem a apresentar maior conicidade e formas menos desejáveis.
- Hereditariedade: a forte interrelação entre tronco e copa leva à conclusão de que a forma do fuste é dependente da forma da copa e esta, por sua vez, depende da hereditariedade. Se a árvore, por herança genética, tende a crescer na direção de uma forma básica de fuste, deve-se ainda considerar que os fatores ambientais podem modificar a forma de muitas maneiras.

- Desbaste: FLURY\*1, citado por LARSON<sup>34</sup>, observa que desbastes leves, na maior parte das vezes, produzem árvores com menos galhos e fustes mais cilíndricos do que desbastes pesados, que tendem a aumentar a conicidade.
- Poda: Podando-se os galhos inferiores, cria-se uma situação simulada de árvores crescendo dentro do povoamento, o que, conforme já foi comentado anteriormente, predispõe a melhores formas dos fustes.

HÖJER<sup>25</sup>, no início do século, foi o primeiro pesquisador a propôr uma função matemática para descrever o perfil do tronco que não se baseasse nas funções de volume de corpos sólidos de revolução. A fórmula empírica desenvolvida por ele para expressar a variação do diâmetro ao longo do fuste em árvores de *Picea abies* foi:

$$\frac{d}{D} = C \log \left( \frac{c+1}{c} \right)$$

onde:

d = diâmetro à distância l do topo

D = DAP

C e c = constantes

JONSON<sup>30</sup> utilizando esta mesma expressão anos mais tarde, modificou-a através da introdução de um fator corretivo de valor igual a 2,5, que ele denominou "constante biológica". Esta constante foi incorporada à equação original após verificar-se que a aplicação do modelo de HÖJER<sup>25</sup> em *Pinus sylvestris* conduzia a uma queda excessivamente pronunciada na

---

\*1 FLURY, P. Einfluss verschiedener Durchforstungsgrade auf Zuwachs und Form der Fichte und Buche. Mitt. Schweiz. Centralanstalt forstl. Versuchsw. 7:1 -246 (1903).

parte superior do fuste. O modelo obtido então foi:

$$\frac{d}{D} = C \log \left( \frac{c+1-2,5}{c} \right)$$

onde:

2,5 = "constante biológica"

BEHRE<sup>3</sup> realizou pesquisas sobre a forma das árvores a partir de 1920. Baseando-se no trabalho de HÖJER<sup>25</sup>, propôs uma função para ajustar o perfil do tronco, expressa como a equação da hipérbole:

$$\frac{d}{D} = \frac{l}{b_0 + b_1 l}$$

onde:

D = DAP

d = diâmetro à distância *l* do topo

*l* = distância do topo para a base, expressa como uma percentagem da altura total considerada do DAP para cima.

*b*<sub>0</sub>, *b*<sub>1</sub> = coeficientes

PRODAN<sup>45</sup> sugere a seguinte função para descrever a forma de espécies florestais:

$$\frac{d_1}{d} = \frac{h_1^2}{b_0 + b_1 h_1/h + b_2 h_1^2/h^2}$$

onde:

*d*<sub>1</sub> = diâmetro à altura *h*<sub>1</sub> do tronco

*d* = DAP

*h* = altura total

*b*<sub>0</sub>, *b*<sub>1</sub>, *b*<sub>2</sub> = coeficientes

KOZAK et al.<sup>23</sup> propuseram a função parabólica para descrever a forma de 19 espécies florestais, expressa como:



$$\frac{d^2}{D^2} = a + b \frac{h}{H} + c \frac{h^2}{H^2}$$

onde:

d = diâmetro a qualquer altura *h*

H = altura total

D = diâmetro de referência (DAP, do,1)

Apesar da construção bastante simples, o modelo descreveu satisfatoriamente a forma das espécies estudadas. O volume total ou parcial é obtido por integração da função nos intervalos correspondentes.

Analisando a conceituação e a utilidade das funções de forma AHRENS<sup>1</sup> enfatiza que a valorização crescente da madeira e a integração vertical dos processos de produção das indústrias florestais induzem à adoção de procedimentos que envolvam a estimativa do volume da matéria-prima em função da diversificação de seu uso. DEMAERSCHALK<sup>12</sup> sugere que seja criado um sistema para forma e volume que possibilite estimar:

- volume total, por árvore, com e sem casca;
- volume comercial para vários critérios de utilização;
- volume para qualquer porção definida do tronco;
- altura para um determinado diâmetro;
- diâmetro para uma determinada altura.

O sistema ideal deve ser simples, preciso e suficientemente flexível para permitir as estimativas de forma e volume de uma árvore baseando-se somente no seu diâmetro à

altura do peito (DAP) e altura total (h).

Segundo JORGE<sup>31</sup> uma das possibilidades para a constatação da forma média do tronco de uma espécie de madeira é a construção de uma curva modelo de tronco com o perfil característico da espécie em questão. Tomando-se medições de diâmetros em pontos sucessivos ao longo do tronco das árvores pode-se tentar ajustar modelos matemáticos que forneçam um bom retrato da forma do tronco. AHRENS<sup>1</sup> afirma que, assumindo-se que a secção transversal seja circular em qualquer ponto ao longo do tronco, o seu volume pode ser obtido por integração desse modelo matemático.

PELLICO NETO<sup>42</sup>, em sua pesquisa de processos para a estimativa de volumes de árvores, quer total, quer parcial, destaca as séries absolutas contínuas de forma e as séries relativas contínuas de forma. Nestas últimas o volume é estimado através do ajustamento de uma função que descreva a forma da árvore, equacionada para uma série relativa de diâmetros como função de uma série relativa de alturas:

$$A_x = f(B_x), \text{ onde}$$

$A_x = d_x / d_{0,1}$  = série relativa contínua de quocientes de forma onde  $d_{0,1}$  é previamente escolhido tal que

$B_x = h_x / h$  = série relativa dos quocientes de altura.

O volume é obtido por integração da função.

GUIMARÃES<sup>22</sup>, trabalhando com 20 árvores de *Eucalyptus grandis* e 60 árvores de *Araucaria angustifolia*, propôs um modelo para a elaboração de séries relativas contínuas de forma, baseado em curvas de potência:

$$\frac{d_1}{d_{0,1}} = a (1 - h_1/h)^b, \text{ onde}$$

a,b = coeficientes do modelo.

A fim de testar a aplicabilidade do modelo e verificar a sua precisão, foram ajustados aos dados o modelo polinomial de Wutt (polinômio de 5º grau) e o modelo parabólico de Munro, para que se pudesse efetuar comparações entre os resultados obtidos. No que se refere à estimativa da forma média de Hohenadl, o novo modelo proposto apresentou resultados inferiores ao modelo polinomial e superiores ao modelo parabólico. Para as espécies testadas o modelo proposto forneceu as melhores estimativas dos volumes totais com casca, sendo superior ao modelo parabólico e ao polinomial.

O mesmo autor afirma que o estabelecimento de correlação entre o DAP e o diâmetro  $d_{0,1}$  e sua inclusão no modelo natural é preferível à utilização de modelos artificiais, isto é, aqueles onde o diâmetro de referência é o DAP e não o diâmetro  $d_{0,1}$ . Tal relação poderia ser representada pela equação da reta.

PRODAN<sup>45</sup> ressalta que os quocientes de forma verdadeiros (relativos) possibilitam a análise do sortimento do povoamento. OSUMI\*2, citado pelo mesmo autor, utilizou uma função polinomial do 3º grau para descrever a forma de *Criptomeria japonica*, obtendo bons resultados no ajuste em relação à forma real. A utilização do polinômio apresenta a vantagem de ser facilmente integrável, de maneira tal que possibilita a

---

\*2 OSUMI, S. Studies on the stems of the forest trees on relative stem form. Journ. of the Japanese For. Soc., 41(12):471-478. 1959.

obtenção do volume com exatidão. PRODAN<sup>42</sup>, SCHOEPPER<sup>42</sup> e PETERS<sup>43</sup> propuseram a utilização de um polinômio de 5º grau para descrever a forma média (média das séries dos quocientes de forma verdadeiros) das árvores:

$$y = a + b x + c x^2 + d x^3 + e x^4 + f x^5$$

onde:

$x$  = altura relativa  $h_1/h$

$y$  = quociente de forma verdadeiro  $d_1/d_{0,1}$

$a, b, c, d, e, f$  = coeficientes do modelo

A integral correspondente seria:

$$V_R = K \int_0^x y^2 dx, \quad \text{onde}$$

$k$  = constante

$V_R$  = volume relativo

Na fórmula apresentada,  $h_1$  corresponde a qualquer altura no tronco e  $h$  corresponde à altura total. Quando  $h_1$  é igual a  $h$  e é multiplicada pela constante  $K$ , obtem-se o volume total da árvore.

No Inventário Florestal da Área 3 do Polo Juruá-Solimões (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ<sup>42</sup>) foi utilizada uma função polinomial do 5º grau para descrever a forma das árvores e posteriormente estimar seus volumes parciais ou totais. A variável dependente foi:

$y = d_1 / 2 d_{0,1}$ , enquanto que a variável independente foi:

$$x = h_1 / h$$

Como nas unidades amostrais foi medido o DAP, utilizou-se o modelo abaixo para estimar o diâmetro  $d_{0,1}$ :

$$d_{0,1} = b_0 + b_1 * DAP$$

Os autores ressaltam a praticidade e eficiência no uso da função de forma, uma vez que ela permite a obtenção de estimativas volumétricas para qualquer classe de diâmetro, mesmo aquelas que não participaram de seu ajustamento. Além disso, a mesma função é aplicada tanto para estimar os volumes totais como os parciais. A função de forma fornece, ainda, informações sobre diâmetros a qualquer altura, de maneira que se pode determinar os volumes comerciais para um diâmetro mínimo padrão pré-estabelecido.

Descrevendo as etapas de um inventário florestal realizado na África, KOEHLER<sup>32</sup> cita a comparação feita entre dois métodos para a estimativa dos volumes individuais. O primeiro método consistiu no ajuste do polinômio de 5º grau proposto por PETERS<sup>43</sup> e posterior integração para obtenção do volume total. Pelo fato de as medições nas unidades amostrais não envolverem a tomada do diâmetro a 10% da altura total ( $d_{0,1}$ ), este foi estimado em função do DAP, utilizando-se os dados da cubagem para a regressão. O modelo ajustado foi:

$$d_{0,1} = a + b d, \quad \text{onde}$$

$a, b$  = coeficientes

$d$  = DAP

O segundo método consistiu no ajuste de um conjunto de equações volumétricas normalmente utilizadas em inventários florestais. Para a regressão foram utilizados os dados de 10% das árvores cubadas que não foram empregadas nos ajustes anteriores. Dos modelos testados escolheu-se o que apresentava melhor ajuste para estimar os volumes de árvores individuais. Os estimadores de ajuste e precisão tanto da função de forma como da equação volumétrica revelaram que as estimativas

obtidas por ambos os métodos são bastante similares e homogêneas. O autor comenta, ainda, que, ao se trabalhar com a integração da função de forma, há a grande facilidade de se poder obter volumes parciais, bastando apenas definir-se os limites para os quais se deseja o volume. Além disso, a função de forma mostrou-se bastante sensível a pequenas diferenças em qualquer das variáveis envolvidas (altura ou DAP).

SILVA<sup>50</sup>, testando modelos de função de forma para *Pinus taeda*, *Picea excelsa*, *Abies alba* e *Pinus sylvestris* concluiu que, para as três últimas espécies, o modelo de Munro fornecia estimativas individuais consistentes para os diâmetros e alturas. Os volumes total e parcial do tronco e o fator de forma artificial poderiam ser estimados por integração da equação. Para o *Pinus taeda* o melhor modelo foi:

$$\ln (h_1-1,3)/(H-1,3) = e_1 \ln (D-d_1)/D + e_2 (\ln(D-d_1)/D)^2$$

onde:

$e_1, e_2$  = coeficientes

D = diâmetro de referência

H = altura total

CÓUTO<sup>12</sup> afirma que o perfil do tronco é definido através de funções de forma. Nestas funções o diâmetro a qualquer altura (d) ou seção é estimado como função do diâmetro à altura do peito (D), altura total (H) e altura da seção (h) e pode ser expresso como:

$$d^2 = f(D, H, h)$$

Consequentemente, o volume de qualquer parte da árvore pode ser computado pela integração da equação acima, entre os limites desejados:

$$v = \pi \int_{h_1}^{h_2} (d^2/4) dh, \text{ onde}$$

v = volume da seção da árvore entre as alturas  $h_1$  e  $h_2$  acima do solo.

BORGES<sup>4</sup>, ao desenvolver uma metodologia para estimar o volume de toras para serraria e o volume de madeira serrada, empregou a função polinomial de 5º grau proposta por PETERS<sup>43</sup>, onde a variável independente é a altura relativa e a dependente, o diâmetro relativo. Para a obtenção da função de forma absoluta devem ser conhecidos o diâmetro a um(1) décimo da altura total ( $d_{0,1}$ ) e a altura total.

HOSOKAWA<sup>26</sup> afirma que a simulação do traçamento do fuste oferece maior flexibilidade na classificação do povoamento em diversos sortimentos. AHRENS<sup>1</sup> acrescenta, ainda, que através dessa simulação pode-se testar novas alternativas no que se refere à comercialização, traçamento e corte, visando a otimização no aproveitamento da árvore e, por conseguinte, de todo o povoamento florestal.

GORDON<sup>21</sup>, trabalhando com *Larix decidua* e *Pinus radiata*, propôs a utilização do seguinte modelo para estimar diâmetros a qualquer altura:

$$d^2 = V/KH (b_1 Z + b_2 Z^2 + b_3 Z^3 + b_4 Z^4 + b_5 Z^5 + b_6 Z^6)$$

onde:

d = diâmetro s/c a qualquer altura h

V = volume total estimado do tronco, s/c

K =  $\pi / 40000$

Z = (H-h)/H

H = altura total

$b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6$  = coeficientes

Na verdade este é o polinômio de 5º grau proposto por

GOULDING & MURRAY\*3, apenas acrescido de um termo de potência mais alta, onde o expoente  $P$  assume valores inteiros de 8 a 40. Este modelo foi testado com 2, 3, 4, 5 e 6 termos. Depois de analisados quanto ao ajuste e precisão, foram selecionados os modelos que envolviam os seguintes expoentes:

1, 2, 3, 4 e 20 para *Larix decidua* e

1, 2, 5 e 16 para *Pinus radiata*.

Quando comparados ao polinômio de 5º grau original, pôde-se concluir que os últimos modelos elaborados forneciam melhores estimativas tanto do diâmetro a uma altura qualquer, como dos volumes comerciais e de toras, apesar de apresentarem ainda uma ligeira tendenciosidade na estimativa dos diâmetros que variava com a altura relativa.

HRADETZKY<sup>27</sup> afirma que a equação de uso mais corrente para descrever a forma do fuste é a função polinomial. O polinômio de 5º grau proposto por PETERS<sup>43</sup> aproxima relativamente bem a forma do fuste, excetuando-se a forma das porções inferiores do tronco de certas espécies, conforme foi constatado por SCHOEPPFER<sup>48</sup> e PRODAN<sup>45</sup>. HRADETZKY<sup>27</sup> atribui essa deficiência ao fato de haver mais irregularidades e sinuosidades nesta parte do tronco do que nas porções superiores. Na FIGURA 1 está desenhado o perfil do tronco de uma árvore de *Picea abies*, enquanto que na FIGURA 2 podem ser observadas as diferentes curvas geradas quando  $x$  se encontra elevado a diversos expoentes no intervalo de 0,1 a 25.

---

\*3 GOULDING, C.J. ; MURRAY, J.C. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. New Zealand Journal of Forestry Science 5:313-322. 1976



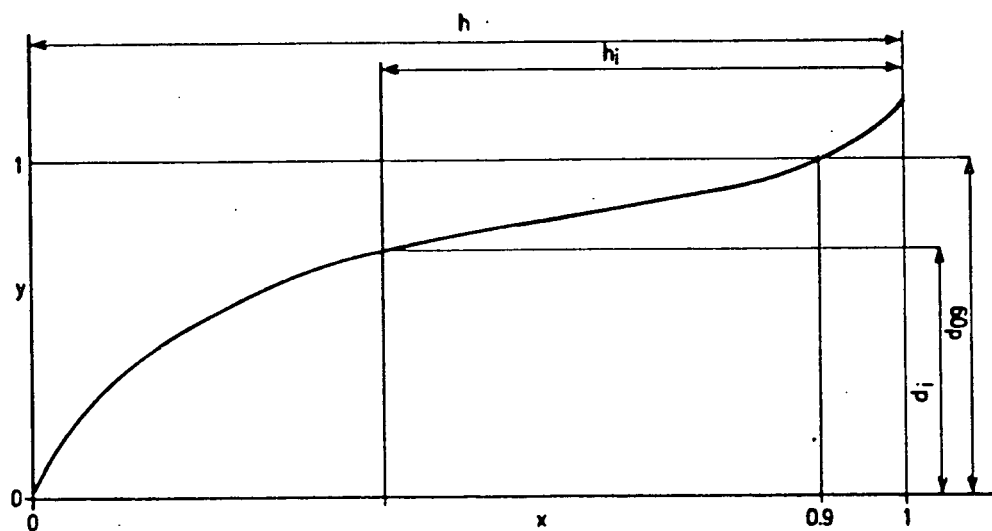


FIGURA 1: Perfil do tronco de Picea abies

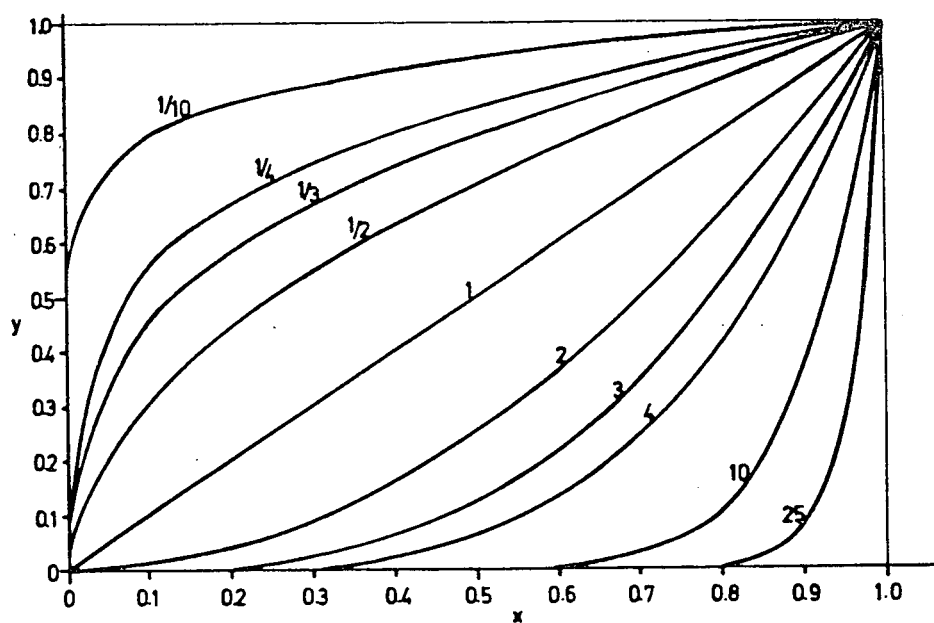


FIGURA 2: Função  $y = x^a$

HRADETZKY<sup>27</sup> representa, na FIGURA 2, a função:

$$y = x^a \quad \text{onde}$$

$$y = d_1 / d_{0.1}$$

$$x = (h - h_1)/h$$

$a$  = série de valores no intervalo de 0,1 a 25.

$d_1$  = diâmetro medido à altura  $h_1$

$d_{0.1}$  = diâmetro medido a um décimo da altura da árvore (da base para o topo)

$h$  = altura total da árvore

$h_1$  = altura da tomada de medição (da base para o topo).

Pode-se observar que nenhuma das 5 curvas para as potências  $x^1$ ,  $x^2$ ,  $x^3$ ,  $x^4$  e  $x^5$  representa bem o perfil desenhado na FIGURA 1. O autor questiona, então, se, em geral, outras potências não seriam mais apropriadas à descrição da forma da árvore do que aquelas normalmente utilizadas. Na FIGURA 2 a curva formada através da função

$$y = p x^{0.5}, \quad \text{também chamada "parábola apolônica", onde}$$

$p$  = coeficiente, assemelha-se mais à forma de um tronco do que a reta  $y = px^1$ . Em combinação com as potências denominadas "inteiras" (números inteiros = 1, 2, 3, ..., 20, ..., 25, ...) pode-se elaborar variados modelos de função de forma. Na FIGURA 3, uma equação do tipo:

$$y = p_1 x^{0.5} + p_2 x^{25},$$

onde  $p_1, p_2$  = coeficientes, ainda apresenta desvios em relação à forma real da árvore, principalmente na região do topo (próximo à origem do sistema de coordenadas cartesianas).

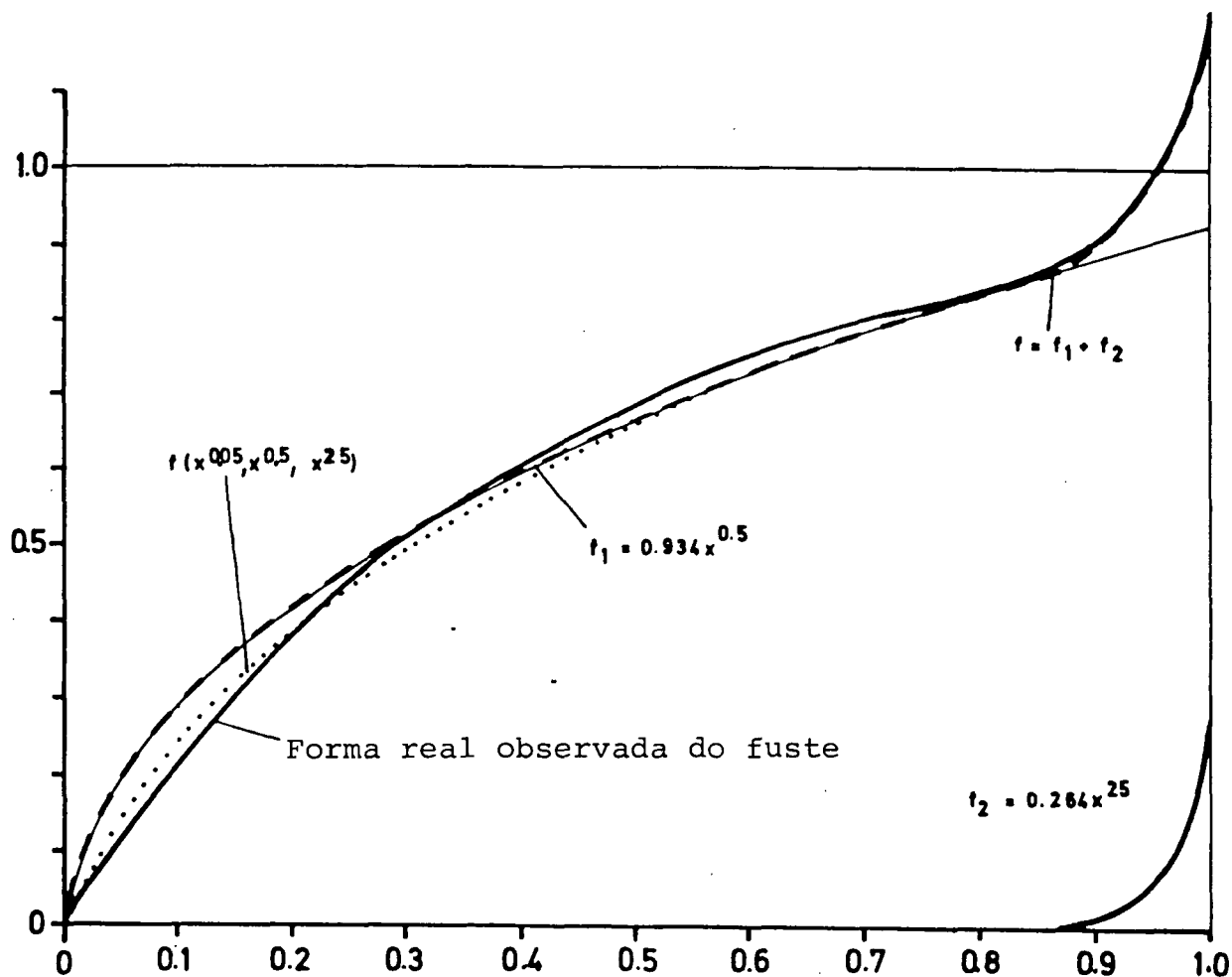


FIGURA 3: Linha de regressão ajustada para dois modelos de função de forma e perfil do tronco de Picea abies

HRADETZKY<sup>27</sup> sugere que estes desvios sejam corrigidos através da inclusão de um outro componente na equação, que seja ativo apenas na porção terminal e que, no mais, permaneça constante. Tomando-se, por exemplo,  $px^{0.05}$  e incluindo-o na equação, tem-se:

$y = p_1 x^{0.05} + p_2 x^{0.5} + p_3 x^{25}$ , que descreve bastante bem a forma da árvore.

Com base nestes estudos, o autor propôs a utilização do processo Stepwise de seleção de variáveis para elaborar um

modelo de função de forma, expresso por:

$$y = \sum p_i x^{e_i} \quad \text{onde}$$

$p_i$  = coeficientes

$e_i$  = expoentes racionais variando entre 0 e 50.

Na regressão "passo a passo" o conjunto de variáveis independentes disponíveis era formado pela variável  $x$  elevada a diversas potências. Trabalhando ainda com *Picea abies*, HRADETZKY<sup>27</sup> sugeriu os seguintes expoentes a serem submetidos ao processo de seleção:

0,005 ; 0,01 ; 0,02 ; 0,03 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,65 ; 0,7 ;  
0,8 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 25

Após a inclusão de 4 variáveis foi obtida a equação:  
 $y = 1,10019 x^{0,6} + 0,36229 x^{25} - 0,200745 x^5 + 0,04371 x^{0,005}$ ,  
cujos estimadores de ajuste e precisão foram bastante superiores aos obtidos por modelos que empregavam apenas expoentes inteiros.

## 2.6 VARIÁVEIS DENDROMÉTRICAS RELACIONADAS COM O VOLUME DO POVOAMENTO

Segundo FIGUEIREDO FILHO<sup>17</sup>, uma série de variáveis que caracterizam um povoamento, como a área basal ( $G$ ), altura média aritmética ( $\bar{h}$ ), altura dominante ( $h_{dom}$ ), forma, idade, sítio, densidade de copa e número de árvores têm sido testadas na Europa há mais de um século para quantificar a produção volumétrica por unidade de área. Analisando a aplicação de modelos matemáticos para estas estimativas, o mesmo autor ressalta a necessidade da utilização de variáveis independentes fáceis de se medir no campo, como, por exemplo, o diâmetro

médio ( $\bar{d}$ ), área basal ( $G$ ), altura média ( $\bar{h}$ ) e o número de árvores.

No I Encontro Nacional de Pesquisadores para Padronização da Terminologia Florestal, o termo "área basal" foi definido como sendo a soma das áreas transversais de todas as árvores de uma amostra ou de um talhão. Sem especificação subentende-se que  $G$  foi calculado através dos diâmetros a 1,30m (DAP). "Área transversal", também conhecida como "área basal individual", é a área seccional de uma árvore, calculada através da fórmula da área do círculo ( $g = \pi d^2/4$ ). Sem especificação subentende-se que  $g$  foi calculado através do diâmetro a 1,30m (DAP).

Segundo PRODAN<sup>45</sup>, a área basal é um elemento muito importante na caracterização da situação do povoamento em termos de manejo, grau de ocupação do solo e quantificação do volume existente. O mesmo autor sugere, ainda, duas formas de calcular a área basal. A primeira delas é pela somatória das áreas transversais, ou seja,

$$G = n_1 g_1 \quad , \quad \text{onde}$$

$G$  = área basal

$n_1$  = número de árvores com a mesma área transversal

$g_1$  = área transversal

O segundo processo utiliza-se da fórmula:

$$G = N \frac{\pi}{4} (\bar{d}^2 - s^2) \quad , \quad \text{onde}$$

$N$  = número de árvores do povoamento

$\bar{d}$  = diâmetro médio aritmético

$s^2$  = estimativa da variância dos diâmetros.

HUSCH et al.<sup>28</sup> afirmam que a área basal por unidade de

Área é uma característica bastante útil do povoamento florestal, pois está diretamente relacionada com o volume e é uma boa representante da densidade do povoamento. CLUTTER et al.<sup>9</sup> comentam que o valor da área basal por unidade de área depende do número de árvores e dos seus respectivos tamanhos. Além disso, ela é facilmente obtida no campo.

HAMILTON<sup>23</sup> apresenta três diferentes maneiras de se determinar a área basal. A primeira é através da completa enumeração, ou seja, medir todos os DAP's ou CAP's e proceder ao cálculo das áreas transversais e posterior somatório. Este método só é recomendado para áreas pequenas. A segunda forma é utilizar o relascópio de Bitterlich e a última, por ele considerada como a mais simples, é através da amostragem, ou seja, medição de alguns diâmetros significativos e sua extrapolação para hectare ou outra unidade de área qualquer.

A amostragem onde os indivíduos na unidade de amostra são selecionados com probabilidade proporcional ao tamanho, permite a estimativa da área basal por hectare livre de erros tendenciosos e a partir de um único giro com o relascópio (HUSCH et al.<sup>28</sup>).

MACHADO<sup>37</sup>, num experimento desenvolvido numa floresta tropical secundária na Costa Rica, utilizou 123 pontos de amostragem de Bitterlich para estimar a área basal por hectare e posteriormente relacioná-la com o volume. O fator de área basal utilizado foi o FAB=3 e após análise dos resultados, o autor concluiu que houve um maior ajuste ao relacionar volume com área basal estimados pelo método corrente (parcelas de área fixa, medição dos DAP's e extrapolação para hectare) do que através do prisma de Bitterlich.

Segundo FREESE<sup>18</sup> e LOJAN\*4, citado por MACHADO<sup>37</sup>, a relação entre o volume e a área basal pode ser expressa por um modelo linear para a maioria dos bosques.

SILVA<sup>49</sup> ressalta que a medição das alturas pode revelar-se um processo demorado e difícil quando o dossel se apresenta bastante denso. Devido a isso, a altura dominante tem sido usada como representativa da altura do povoamento.

A definição de Assman e Hummel para altura dominante é a seguinte:

"Altura dominante ( $h_{dom}$ ) é a média aritmética das alturas das 100 árvores de maior diâmetro por hectare" (ENCONTRO NACIONAL PARA PADRONIZAÇÃO DA TERMINOLOGIA FLORESTAL<sup>15</sup>).

BURGER<sup>7</sup> afirma que a altura dominante é função da idade e qualidade do sítio e geralmente é estreitamente correlacionada com a produção total em volume em pé mais o volume retirado.

CLUTTER et al.<sup>9</sup> comentam que, para muitas espécies, as áreas de boa qualidade de sítio são também áreas onde as taxas de crescimento em altura são altas. Isto significa que, para estas espécies, o potencial de produção em volume e o crescimento em altura estão positivamente correlacionados. A utilidade prática desta correlação provem do fato de que o padrão de desenvolvimento-crescimento em altura das árvores de maior diâmetro num povoamento equiâneo é pouco afetado pela densidade do povoamento e pelos desbastes intermediários efetuados (exceto por desbastes altos).

COILE<sup>10</sup> reitera este conceito afirmando que, em

---

\*4 LOJAN, L. Curso de dasometria. II Parte. Turrialba, IICA, 1967. 83 p.

povoamentos equiâneos, a altura total das árvores pertencentes ao dossel dominante é a melhor medida da produtividade do solo, por ser menos afetada pela densidade do povoamento.

## 2.7 EQUAÇÕES DE VOLUME PARA O POVOAMENTO ( EQUAÇÕES DE VOLUME POR UNIDADE DE ÁREA)

CLUTTER et al.<sup>9</sup> definem equações de volume para o povoamento como sendo equações funcionalmente similares às equações de volume para árvores individuais e que fornecem a estimativa da produção em função da área basal e altura e não em função direta da idade, sítio e densidade do povoamento, como ocorre nos modelos de produção.

Em meados do século XIX, a fórmula germânica que expressa o volume de árvores individuais através do produto "área transversal X altura total X fator de forma", começou a ser aplicada ao conceito de volume do povoamento.

KÖNIG\*5, WEISE\*6, FLURY\*7 e SCHIFEL\*8, citados por SPURR<sup>51</sup>, foram os primeiros pesquisadores a empregar esta fórmula para a estimativa direta do volume do povoamento:

$$V = BHF \quad (1)$$

V = volume por unidade de área

B = área basal

H = altura média

---

\*5 KÖNIG, G. Gotha. Forst-Mathematik, 1846. 748 p.

\*6 WEISE, W. Über Formzahlen der Kiefer. Zeitschr. f. forst- u. Jagdwesen 13:371-97, 1881.

\*7 FLURY, P. Berechnung Holzmasse eines stehenden Bestandes mit dem Massenfaktor V/G. Mitteil. d. schweiz. Anstalt f. d. forstl. Versuchswesen 5:191-202, 1897.

\*8 SCHIFEL, A. Kritische Betrachtungen über die Holzmassenermittlung nach der Bestandesformhöhe. Centralbl. f. d. ges. Forstwesen 24: 291-306, 1898.



F = fator de forma do povoamento

GEVORKIANTZ & OLSEN\*9, citados por BRINKMAN<sup>5</sup>, trabalhando com coníferas, estabeleceram uma relação em que o volume total de uma árvore é computado como sendo 42% do produto "área transversal X altura total".

BUCKMAN<sup>6</sup> expandiu este conceito no desenvolvimento de equações de volume total e comercial para o povoamento através de métodos de razão e de regressão linear utilizando área basal por acre e altura das árvores dominantes. A regressão do volume do povoamento sobre o produto da área basal e altura mostrou-se linear ou linearizável. BRINKMAN<sup>5</sup> ressalta que esta forma de estimar o volume por unidade de área é bem mais fácil e rápida do que os tradicionais métodos de amostragem baseados em volumes de árvores individuais. A precisão é a mesma e os seus níveis são adequados à maioria dos objetivos do manejo.

Trabalhando com povoamentos de *Populus sp.*, *Pinus resinosa* e *Pinus banksiana*, BUCKMAN<sup>6</sup> empregou métodos de razão e regressão linear, chegando a uma equação do tipo:

$$V = b_0 + b_1 BH \quad (2)$$

V = volume por unidade de área

B = área basal

H = média das alturas das árvores dominantes e codominantes

O erro padrão em percentagem correspondente foi igual a 5,45%.

VUOKILA\*10, citado por BRINKMAN<sup>5</sup>, no entanto, concluiu

---

\*9 GEVORKIANTZ, S.R. & OLSEN, L.P. composite volume tables for timber and their application in the Lake States. USDA Tech. Bull. 1104, 1955. 51 p.

\*10 VUOKILA, Y. Functions for variable density yield tables of pine based on temporary sample plots. Communications Instituti Forrestalis Fenniae 60.4, 1965. (Metsantutkimuslaitoksen Julkaisuja 60.4)

que o uso do produto da área basal pelo quadrado da altura e ainda do diâmetro  $d_g$  melhora muito a precisão das equações de volume por unidade de área para povoamentos nos primeiros estágios de desenvolvimento.

BRINKMAN<sup>5</sup> realizou experimentos com *Pinus echinata* em Missouri (E.U.A.) e conseguiu um erro padrão da estimativa em percentagem (syx%) de 9,31% e um coeficiente de determinação múltipla igual a 0,92, utilizando a mesma equação proposta por BUCKMAN<sup>6</sup>.

SCHLAEGEL<sup>46</sup>, utilizando dados de 34 amostras permanentes instaladas em povoamentos de *Populus tremuloides* chegou à seguinte equação:

$$V = 0,41898 (BH) \quad (3)$$

V = volume total com casca por acre

B = área basal por acre

H = média das alturas totais das dominantes e codominantes.

Os volumes comerciais foram expressos como uma razão em relação aos volumes totais do povoamento.

FAROT<sup>16</sup> desenvolveu equações de volume para o povoamento baseando-se em equações de volume para árvores individuais, ou seja, efetuando-se a regressão do volume total da árvore contra o produto da área transversal e altura total. O termo constante foi retirado e o coeficiente  $b_1$  foi utilizado como uma estimativa do fator de forma cilíndrico. A equação proposta pelo autor foi:

$$V = K BH \quad (4)$$

V = volume total do povoamento

K = fator de forma

BH = área basal do povoamento multiplicada pela altura média das árvores amostradas para a área basal.

Os fatores de forma utilizados para as quatro espécies foram:

<i>Pinus ponderosa</i>	0,36
<i>Larix occidentalis</i>	0,36
<i>Pseudotsuga menziesii</i>	0,40
<i>Pinus contorta</i>	0,46

COLE<sup>11</sup>, trabalhando com 125 povoamentos não manejados de *Pinus contorta* em Montana e Idaho (E.U.A.), obteve uma equação de volume para o povoamento através da regressão do volume por unidade de área sobre o produto da área basal e média das alturas das árvores dominantes e codominantes (BH). O modelo selecionado foi o mesmo utilizado por BUCKMAN<sup>6</sup> (equação 2), com um erro padrão da estimativa em percentagem (syx%) de 2,4% e um coeficiente de determinação múltipla igual a 0,995. Os volumes comerciais foram calculados da mesma maneira expressa por SCHLAEGEL<sup>46</sup>, ou seja, utilizando métodos de razão.

SPURR<sup>51</sup> realizou experimentos com *Pseudotsuga menziesii*, *Pinus palustris* e *Pinus taeda* com o intuito de elaborar um modelo que fornecesse uma estimativa direta do volume do povoamento. No caso da primeira espécie foram utilizados dados provenientes de 180 parcelas, com idades variando de 25 a 175 anos. Foi efetuada uma análise de regressão múltipla, considerando o volume total por unidade de área como variável dependente e a área basal, idade, altura e índice de sítio como variáveis independentes. A melhor equação envolvendo duas variáveis independentes apresentou um erro padrão da estimativa em percentagem (syx%) igual a 9,0%, sendo as variáveis independentes, a altura e a área basal. A regressão envolveu, também, algumas combinações dessa série de variáveis. O modelo

final elaborado pelo autor expressa o volume do povoamento em termos de área basal e altura e foi denominado "Fórmula Australiana" por ser similar ao modelo utilizado por Stoate em 1945 na Austrália, para equações de volume de árvores individuais. A equação obtida foi:

$$V = b_0 + b_1 B + b_2 H + b_3 BH \quad (5)$$

H = média das alturas das árvores dominantes e codominantes.

Com essa equação o erro padrão da estimativa em percentagem (syx%) foi reduzido a 5% e o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) foi igual a 0,9880. Devido ao fato de o coeficiente de correlação (r) entre o produto da área basal pela altura e o volume por unidade de área ter-se revelado bastante alto, SPURR<sup>51</sup> modificou a fórmula anterior para:

$$V = b_0 + b_1 BH \quad (\text{fórmula da "variável combinada"}),$$

obtendo, desta vez, um coeficiente de determinação ( $r^2$ ) de 0,99 e um erro padrão de 6% sobre a média.

Da mesma maneira foram testados ambos os modelos para as duas outras espécies, apenas com a diferença que, neste caso, foi utilizada a altura média de todas as árvores e não somente a das dominantes e codominantes.

Utilizando a "Fórmula Australiana" obteve-se um erro padrão da estimativa em percentagem (syx%) igual a 6% para ambas as espécies, enquanto que utilizando o modelo reduzido obteve-se 7,0% e 6,9% para *Pinus palustris* e *Pinus taeda*, respectivamente.

MACHADO<sup>37</sup>, trabalhando com 123 parcelas de área fixa e área variável (pontos de Bitterlich) em um bosque secundário em Turrialba (Costa Rica), testou modelos de regressão que possibilitassem a estimativa do volume por unidade de área

tendo-se o conhecimento da área basal. Segundo o autor, o modelo que mais se ajustou à relação volume-área basal foi o modelo linear, ou seja:

$$V = b_0 + b_1 G \quad (6)$$

Entre os volumes estimados pelo método de regressão e os estimados pelo método corrente, observou-se uma diferença mínima nos valores médios, que não chegou a atingir 2%. MACHADO<sup>37</sup> recomenda, ainda, o emprego desta metodologia para povoamentos homogêneos ou puros, quando se quer conhecer o volume de um modo geral (estoque) ou de apenas algumas espécies.

SILVA<sup>48</sup>, testando modelos de regressão para a estimativa do volume por unidade de área para o gênero *Eucalyptus*, escolheu como melhor modelo aritmético o modelo da variável combinada elaborado por SPURR<sup>51</sup>:

$$V = b_0 + b_1 G h_{aom} \quad (7)$$

O mesmo autor, testando ainda modelos logarítmicos, concluiu que o modelo:

$$\log V = \log b_0 + b_1 \log (G^2 h_{aom}) \quad (8)$$

era o que realmente melhor estimava o volume total com casca por hectare. O coeficiente de determinação revelou-se bastante alto (acima de 0,99) e o erro padrão da estimativa não atingiu a 2,5% sobre a média.

FIGUEIREDO FILHO<sup>17</sup> estudou também modelos matemáticos para estimar o volume por unidade de área, mas com dados oriundos de uma floresta tropical úmida na Amazônia brasileira. Este autor salienta que os modelos logarítmicos testados foram sempre superiores aos aritméticos. O melhor dos modelos

testados, previamente selecionados da literatura, foi:

$$\log V = \log b_0 + b_1 \log (G^2 \bar{h}) \quad (9)$$

$\bar{h}$  = altura comercial média

Os erros computados foram sempre inferiores a 5% e os coeficientes de determinação, superiores a 0,9825. Utilizando ainda o processo Forward de seleção de variáveis, foram escolhidos dois modelos, um na forma aritmética e outro na forma logarítmica. O autor considera que, quando comparados aos modelos pré-selecionados da literatura, os modelos elaborados apresentaram melhoras significativas quanto à precisão. São eles:

$$V = b_0 + b_1 G \bar{h} + b_2 G + b_3 N \bar{d} \quad (10)$$

$$\log V = \log b_0 + b_1 \log (G^2 \bar{h}) + b_2 \log G^2 \quad (11)$$

N = número de árvores por hectare

$\bar{d}$  = diâmetro médio aritmético

$\bar{h}$  = altura comercial média

### 3 MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1 ORIGEM DOS DADOS

Os dados são oriundos de um povoamento florestal pertencente à empresa IGUAÇU CELULOSE E PAPEL S/A, localizado no Município de Pirai do Sul - PR.

A área foi inventariada em Dezembro de 1986 pela Fundação de Pesquisas Florestais da Universidade Federal do Paraná para fins de quantificação do estoque existente.

#### 3.2 DESCRIÇÃO DA ÁREA

A área de estudo está localizada na Fazenda Boqueirão no Município de Pirai do Sul - PR, no 2.º Planalto Paranaense, entre os paralelos 24°10' e 24°30' de latitude sul e os meridianos 50°00' e 50°10' de longitude oeste de Greenwich. A altitude média do lugar corresponde a aproximadamente 888m acima do nível do mar.

Esta área foi escolhida devido à uniformidade e homogeneidade apresentadas pelo povoamento florestal ali situado, principalmente no que se refere a espaçamento.

Segundo a classificação de Koeppen o clima da região é do tipo Cfb, ou seja, subtropical quente-temperado, caracterizado por ser sempre úmido com chuvas bem distribuídas nos 12 meses do ano e apresentar temperatura média inferior a 22°C no mês mais quente do ano. O mês mais chuvoso é janeiro,

com uma precipitação média de 225,4 mm. Segundo os dados da Estação Meteorológica de Jaguariaíva a temperatura média anual da região é igual a 17,7°C, enquanto que a do mês mais quente situa-se em torno de 21,3°C e a do mês mais frio, 13,4°C. Ocorrem algumas geadas por ano. (MAACK<sup>36</sup>).

A vegetação original é denominada campo cerrado (estepe arbustivo de gramínea baixa), mas a região hoje concentra inúmeras áreas reflorestadas com *Pinus spp.*

O solo predominante na região é arenoso com afloramentos de rocha.

O relevo apresenta-se variando de ondulado a fortemente ondulado.

### 3.2.1 POVOAMENTO

O povoamento florestal de onde se originam os dados para esta pesquisa é um povoamento de *Pinus taeda* L., equiâneo, com 13 anos de idade, com espaçamento regular de 2,50m X 1,60m, totalizando 865,56 ha. de área de efetivo plantio.

Nos primeiros anos após a implantação o povoamento foi submetido aos tratos culturais usuais, como limpeza, roçada, capina, etc.

Mais tarde, em alguns talhões, foi efetuada uma poda. Em 1980, também em alguns talhões, foram realizadas experiências de desbaste.

### 3.3 AMOSTRAGEM

O sistema de amostragem utilizado foi o inteiramente



aleatório, sendo as amostras sorteadas e locadas mediante o auxílio de uma rede quadriculada e do mapa de recobrimento florestal.

Foram instaladas e medidas 150 unidades de amostra retangulares com área variável determinada em função de 12 filas com 10 árvores cada uma.

Sendo a área total do povoamento igual a 865,56 ha. e a somatória das áreas das parcelas igual a 73590,775 m<sup>2</sup>, pode-se afirmar que a área amostral corresponde a 0,85% da área total.

### 3.3.1 MEDIÇÕES EFETUADAS NAS UNIDADES DE AMOSTRA

As variáveis dendrométricas medidas foram:

- Circunferência a 1,3m (CAP) de todas as árvores das parcelas, utilizando para isto fita métrica comum.
- Altura das quatro árvores mais grossas de cada parcela, utilizando o hipsômetro de Blume-Leiss.

Foram devidamente codificadas as falhas, as árvores mortas, as árvores bifurcadas e tortas, as árvores que saíram no desbaste sistemático e as dominantes.

### 3.3.2 CUBAGEM

Foram cubadas 114 árvores selecionando-se os indivíduos de forma a abranger toda a variação diamétrica existente. Em cada árvore foram medidas 16 seções relativas à altura total a fim de englobar todas as variações da forma do fuste. De cada seção foi calculada a área transversal média, que multiplicada pelo comprimento da seção fornece o seu volume. O volume da

árvore é o resultado do somatório dos volumes das seções.

### 3.4 ORGANIZAÇÃO DOS DADOS

Tanto os dados das parcelas como os da cubagem foram estruturados em forma de matrizes e gravados em disquete para facilitar as operações subsequentes através do microcomputador.

### 3.5 CLASSIFICAÇÃO DIAMÉTRICA DO POVOAMENTO

Utilizando os dados das 150 parcelas e excluindo-se as árvores mortas, calculou-se a média e o desvio-padrão dos diâmetros a 1,3m (DAP). Foram estabelecidas, então, 7 classes de diâmetro, tendo cada uma como amplitude, uma unidade de desvio-padrão.

Esta classificação diamétrica serviu de base a procedimentos subsequentes.

### 3.6 RELAÇÃO HIPSONÔMETRICA

Uma vez que as alturas das parcelas não foram medidas, tornou-se necessário estimá-las, utilizando para tal a relação hipsométrica.

Foram testados 4 modelos de relação hipsométrica, a saber:

- 1)  $\log h = b_0 + b_1 \log d$
- 2)  $h = b_0 + b_1 \log d$
- 3)  $h - 1,3 = \frac{d^2}{b_0 + b_1 d + b_2 d^2}$
- 4)  $\log h = b_0 + b_1 \log d$

onde:

$d = \text{DAP}$

$h = \text{altura total}$

Os dados para a regressão foram aqueles obtidos na cubagem.

O melhor modelo foi selecionado para estimar as alturas das árvores das parcelas.

### 3.7 ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS

Foram aplicadas três diferentes metodologias para a estimativa dos volumes de árvores individuais.

Na primeira, os volumes foram obtidos por equação volumétrica; na segunda, através de uma função de forma por classe de diâmetro e na terceira, através de uma função de forma genérica.

#### 3.7.1 ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS ATRAVÉS DE EQUAÇÃO VOLUMÉTRICA

Utilizando os dados da cubagem foram testados 6 modelos para equação de volume para árvores individuais, previamente selecionados da literatura. Estes modelos têm sido amplamente

utilizados em inventários florestais e outros trabalhos de pesquisa, tendo, portanto, eficiência comprovada.

*Modelos de equação volumétrica testados*

- 1)  $\log v = b_0 + b_1 \log (d^2 h)$
- 2)  $\log v = b_0 + b_1 \log d + b_2 \log h$
- 3)  $v / h = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$
- 4)  $v = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$
- 5)  $v = b_0 + b_1 d^2$
- 6)  $\log v = b_0 + b_1 \log d + b_2 \log h + b_3 (\log d * \log h)$

onde:

$d$  = DAP

$h$  = altura total

$v$  = volume total com casca

### 3.7.1.1 OBTENÇÃO DOS VOLUMES POR UNIDADE DE ÁREA

O melhor dos modelos supra-citados foi selecionado para estimar os volumes de árvores individuais. Em cada parcela os volumes foram estimados e somados, obtendo-se assim o volume por parcela. Como as unidades de amostra possuem área variável, para cada parcela foi calculado um fator de conversão para hectare. Assim o volume por hectare foi obtido multiplicando-se este fator pelo volume da parcela.

### 3.7.2 ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS ATRAVÉS DE FUNÇÃO DE FORMA POR CLASSE DE DIÂMETRO

De acordo com a classificação diamétrica estabelecida anteriormente, as 114 árvores cubadas foram divididas em classes para que se pudesse proceder ao estudo da forma por

classes de diâmetro.

O objetivo desta fase do trabalho consistiu em encontrar uma função de forma para cada classe de diâmetro que, quando integrada no intervalo de 0 a 1, fornecesse o volume total da árvore pertencente àquela classe. Para isto foram utilizados dois procedimentos distintos, comparando-se depois os resultados obtidos, para que se escolhesse o melhor deles:

1º) Teste e ajuste do polinômio de 5º grau, proposto por PRODAN<sup>45</sup>, SCHOEPFER<sup>48</sup> e PETERS<sup>43</sup>, para cada uma das 7 classes de diâmetro isoladamente.

2º) Elaboração de um modelo de função de forma através do processo Stepwise de seleção de variáveis, conforme sugerido por HRADETZKY<sup>27</sup>.

### 3.7.2.1 TESTE E AJUSTE DO POLINÔMIO DE 5º GRAU POR CLASSE DE DIÂMETRO

O polinômio de 5º grau apresenta-se na seguinte forma:

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + fx^5$$

onde

$$y = d_i/d_{0,1} \quad \text{e} \quad x = h_i/h$$

$d_i$  = diâmetro tomado à altura  $h_i$

$d_{0,1}$  = diâmetro tomado a um décimo da altura total  $h$

$h_i$  = altura correspondente à fração  $i$  da altura total  $h$

$h$  = altura total

Para cada árvore cubada há 16 seções relativas medidas, sendo que  $i$  assumiu sucessivamente os seguintes valores:

0,005 0,01 0,05 0,1 0,15 0,2 0,25 0,3

0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 0,95 1,0

Foram realizadas no total 6 regressões, uma para cada classe de diâmetro. Pelo fato de não haver árvores cubadas na classe -3s, a função de forma referente a esta classe passou a ser considerada a mesma encontrada para a classe -2s.

### 3.7.2.2 ELABORAÇÃO DE UM MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE

O modelo básico para esta fase do estudo apresentou-se na seguinte forma:

$$y = p_0 + p_1 x^{e_1} + p_2 x^{e_2} + \dots + p_i x^{e_i}$$

onde a variável dependente  $y$  e as variáveis independentes  $x$  possuem conotações idênticas àquelas consideradas para o polinômio de 5º grau. Os expoentes de  $x$ , denominados  $e_1, e_2, \dots, e_i$ , assumiram alguns destes valores arbitrários:

0,005	0,01	0,02	0,03	...	0,09	0,1	0,2	...	0,9
1	2	3	...	10	15	20	25		

### 3.7.2.3 ESTUDO DE CORRELAÇÕES SIMPLES ENTRE Y E X ELEVADO A DIVERSAS POTÊNCIAS

A fim de observar a tendência de associação entre as variáveis dependentes e as independentes, para cada classe de diâmetro foi feito um estudo da correlação linear simples

calculada por:

$$r_{x.y} = \frac{S_{xy}}{\sqrt{(S^2_x) * (S^2_y)}}$$

Este estudo teve, de certa forma, caráter eliminatório na seleção de variáveis, pois apenas as variáveis independentes de correlação simples  $r \geq 0,95$  com a variável dependente foram submetidas ao processo Stepwise.

#### 3.7.2.4 PROCESSO STEPWISE

Neste processo inicia-se com o modelo mínimo, sendo que a primeira variável a entrar no modelo é a de maior correlação linear simples com a variável dependente. A ordem de inserção é determinada utilizando-se o coeficiente de correlação parcial como uma medida da importância das variáveis que ainda não estão na equação.

O programa "MLINREG" que faz parte do pacote estatístico "STATPACK" utilizado para a computação parcial dos dados, possibilitou a realização do processo Stepwise através da opção "*Regressão iterativa*". Encontram-se relacionados abaixo os passos empregados neste procedimento:

- 1º) Cálculo da matriz de correlações simples. Verificação a respeito de qual a variável independente de maior correlação  $r$  com a variável dependente.
- 2º) O programa realiza a primeira regressão que é do tipo  $y = \bar{y}$ , ou seja, contém apenas o coeficiente  $b_0$ .
- 3º) Internamente o programa faz tantas regressões quantas forem as variáveis independentes disponíveis e fornece um "output" onde se encontram os  $F$ 's parciais (ou  $F$ 's de entrada) de cada variável candidata a compor um modelo do tipo  $y = b_0 + b_1x_1$ . Na

regressão há 1 grau de liberdade na soma de quadrados que mede a contribuição de cada coeficiente  $b_1$  na soma de quadrados da regressão, ou seja, há uma medida do valor da inclusão de 1(um) termo  $\beta_1$  ao modelo que originalmente não o incluía. Em outras palavras: tem-se uma medida da contribuição do termo  $\beta_1$  como se ele tivesse sido incluído por último no modelo. A média quadrática correspondente, que é igual à soma de quadrados, pois possui apenas 1 grau de liberdade, pode ser comparada à variância  $s^2$  através de um teste de F. Este tipo particular de teste de F é chamado *teste de F parcial para o termo  $\beta_1$* . O valor obtido para o F parcial é comparado com o valor tabelar de  $F(1, GLRES; 0,95)$ . Sendo maior ou igual ao F tabelado, significa que a variável em questão pode entrar na equação. O procedimento é o mesmo para todas as variáveis envolvidas no processo. Aquela que apresentar o maior F parcial será a primeira a ser incluída no modelo (é também, com certeza, a variável que possui a maior correlação simples com a variável dependente). O usuário do programa deve fornecer o número da variável que ele deseja incluir.

4º) Novamente o programa faz uma série de regressões, cada uma incluindo uma variável diferente para compor um modelo do tipo  $y=b_0+b_1x_1+b_2x_2$ . A seguir é apresentado o mesmo "output" do passo anterior. Nesse caso aparece também o F parcial da variável que já está na equação. Este é comparado com o F tabelado e se for significativo a variável é mantida na equação; do contrário, ela sairá. Os F's parciais das variáveis que ainda não estão no modelo são comparados com o F tabelado e, sendo significativos, escolhe-se a variável com o maior valor de F parcial para ser incluída na equação.



5º) O 4º passo é repetido sucessivamente até que não haja mais variáveis com condições de entrar ou de serem retiradas do modelo.

É importante salientar que a cada passo deve ser verificada a significância da equação como um todo (teste de F) e deve ser observado o aumento ou decréscimo no valor do coeficiente de determinação múltipla ( $R^2$ ).

Um termo que pode ter sido o melhor candidato à inclusão, num estágio anterior, pode, num estágio subsequente, tornar-se supérfluo devido às relações entre ele e as variáveis que agora estão na equação. Quando isto ocorre, o seu respectivo F parcial deixa de ser significativo e a variável deve ser removida do modelo.

O processo Stepwise de seleção de variáveis evita que se trabalhe com um modelo contendo mais variáveis independentes do que o necessário. Devido a isto, é recomendado e considerado como um dos melhores procedimentos para a seleção de variáveis. (DRAPER & SMITH<sup>14</sup>).

Depois de elaborado um(1) modelo para cada classe de diâmetro utilizando como variáveis independentes o conjunto de variáveis que possuíam correlação simples  $r \geq 0,95$  com  $y$ , decidiu-se aplicar o mesmo procedimento com um outro conjunto de variáveis independentes. Nesta etapa a variável  $x = h_1/h$  foi elevada às seguintes potências, sugeridas por HRADETZKY<sup>27</sup>:

0,005 0,5 0,6 1 2 3 4 5 25

Assim,  $x$  elevado a estas potências passou a ser o conjunto de variáveis independentes submetidas ao processo de seleção. Foi elaborado um(1) modelo correspondente a cada classe de diâmetro. Conforme já foi esclarecido anteriormente,

pelo fato de não haver árvores cubadas na classe  $-3s$ , todas as equações encontradas e modelos elaborados para a classe  $-2s$  ficam sendo também relativos à classe  $-3s$ .

### 3.7.2.5 OBTENÇÃO DO VOLUME TOTAL DA ÁRVORE ATRAVÉS DA FUNÇÃO DE FORMA

Tanto o polinômio de 5º grau como os outros modelos de função de forma elaborados ajustam a curva de forma média relativa, pois a variável dependente  $y$  da regressão nada mais é do que o quociente de forma verdadeiro da árvore.

A integração através da qual a função de forma se torna operativa é:

$$V_R = K \int_0^x y^2 dx$$

onde:

$V_R$  = volume relativo

$K$  = constante

Para a obtenção do volume total da árvore, a função foi integrada no intervalo de 0 a 1 e a constante  $K$  assumiu o valor:

$$K = h * d_{0,1}^2 * \pi / 40000$$

Desta forma, o volume total é obtido por:

$$V_t = h * d_{0,1}^2 * \frac{\pi}{40000} \int_0^1 y^2 dx$$

onde:

$V_t$  = volume total da árvore ( $m^3$ )

### 3.7.2.6 ESTIMATIVA DO DIÂMETRO $d_{0,1}$

Como nas parcelas foi medida apenas a circunferência à

altura do peito (CAP) de cada árvore e na função de forma necessita-se do diâmetro do,1, foi preciso ajustar um modelo através do qual se pudesse estimá-lo.

Conforme o Relatório do Inventário do Polo Juruá-Solimões (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ<sup>52</sup>) o diâmetro do,1 pode ser obtido através da equação da reta:

$$do,1 = b_0 + b_1 \text{ DAP}$$

Visto que nas 114 árvores cubadas foi sempre medido o diâmetro a 1,3m (DAP), pôde-se utilizar os dados de cubagem para ajustar o modelo.

### 3.7.2.7 OBTENÇÃO DOS VOLUMES POR UNIDADE DE ÁREA

Pode-se dizer que nesta fase do estudo foram testados três procedimentos distintos para a obtenção de funções de forma por classe de diâmetro. São eles:

- 1) Ajuste e teste do polinômio de 5º grau.
- 2) Elaboração de modelos de função de forma por classe de diâmetro, utilizando como variáveis independentes a razão  $h_1/h$  elevada a diversas potências compreendidas no intervalo de 0,005 a 25.
- 3) Elaboração de modelos de função de forma por classe de diâmetro, utilizando como variáveis independentes a razão  $h_1/h$  elevada a diversas potências sugeridas por HRADETZKY<sup>27</sup>.

Dos modelos obtidos pelos procedimentos citados acima, foi escolhido um(1) por classe de diâmetro para fornecer a estimativa dos volumes de árvores individuais.

Estimados os volumes de todas as árvores da parcela, por somatória obteve-se o volume por parcela. Utilizando-se para

cada unidade de amostra de área variável um fator de conversão, fez-se a extrapolação dos volumes para hectare.

### 3.7.3 ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS ATRAVÉS DE FUNÇÃO DE FORMA GENÉRICA

Decidiu-se testar também diferentes modelos de função de forma tomando-se o povoamento como um todo, ou seja, sem levar em consideração a divisão das árvores em classes de diâmetro.

Nesta fase não foi possível aplicar a regressão "passo a passo" (processo Stepwise de seleção de variáveis), pois o programa disponível não comportava um volume tão grande de dados. Em virtude dessa restrição técnica foram ajustados e testados três(3) modelos de função de forma pré-selecionados da literatura. São eles:

1) Modelo de KOZAK, MUNRO & SMITH (KOZAK et al.<sup>33</sup>)

$$y^2 = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$$

onde:

$$y = d_1/d_{0,1}$$

$$x = h_1/h$$

$b_0, b_1, b_2$  = coeficientes

2) Polinômio do 3º grau

$$y = a + b x + c x^2 + d x^3$$

onde:

$$y = d_1/d_{0,1}$$

$$x = h_1/h$$

$a, b, c, d$  = coeficientes

3) Polinômio do 5º grau

$$y = a + b x + c x^2 + d x^3 + e x^4 + f x^5$$

onde:

$$y = d_1/d_{0,1}$$

$$x = h_1/h$$

a,b,c,d,e,f = coeficientes

### 3.7.3.1 OBTENÇÃO DOS VOLUMES POR UNIDADE DE ÁREA

Conforme já foi explicado no item 3.7.2.5, a função de forma se torna operativa através da integração. Após selecionada a melhor função, esta foi integrada para que se pudesse obter o volume individual das árvores.

Posteriormente foi computado o volume por parcela e finalmente, o volume por unidade de área através da extrapolação para hectare.

## 3.8 PROCESSAMENTO DAS PARCELAS

Na primeira fase deste trabalho foram testadas três diferentes metodologias para a obtenção dos volumes por unidade de área. Para facilitar a descrição dos procedimentos subsequentes, decidiu-se denominar como séries A, B e C, os resultados obtidos pela primeira, segunda e terceira metodologias, respectivamente. Dessa forma tem-se:

Série A - Volumes por hectare referentes às 150 parcelas, obtidos com base na somatória dos volumes de árvores individuais, estimados por equação volumétrica.

Série B - Volumes por hectare referentes às 150 parcelas,

obtidos com base na somatória dos volumes de árvores individuais, estimados por função de forma por classe de diâmetro.

Série C - Volumes por hectare referentes às 150 parcelas, obtidos com base na somatória dos volumes de árvores individuais, estimados por função de forma genérica.

### 3.9 TESTES DE COMPARAÇÃO DE MÉDIAS

Uma vez obtidos os volumes por unidade de área através de três diferentes metodologias, seria oportuno analisar qual das três fornece estimativas mais precisas. No entanto não foi possível fazer este tipo de análise no presente trabalho, devido ao fato de não se possuir os parâmetros para comparação, ou seja, não é possível afirmar que esta ou aquela metodologia fornece resultados mais precisos, uma vez que não foram estabelecidas parcelas onde fossem cubadas todas as árvores.

Optou-se, então, pela aplicação de testes de comparação de médias, para verificar se havia diferenças estatisticamente significativas entre as médias dos volumes por hectare obtidos pelas três metodologias.

Os testes aplicados foram:

- Teste de Tukey
- Teste de Duncan
- Teste do DMS ou Desvio Mínimo Significativo

Considerou-se o número de tratamentos igual ao número de séries ou metodologias (3) e o número de repetições foi igual ao número de parcelas (150), sendo o mesmo para todos os

tratamentos.

### 3.9.1 TESTE DE TUKEY

O comparador no teste de Tukey é dado pelo valor  $\Delta$ :

$$\Delta = q_{\alpha} \sqrt{\frac{1}{2} * (1/r_i + 1/r_j) * Q_{\text{MERRO}}}$$

onde:

$q_{\alpha}$  = valor de  $q$  encontrado na Tabela de Distribuição da Amplitude Studentizada, em função do número de tratamentos e dos graus de liberdade do erro, a um nível  $\alpha$  de probabilidade.

$r_i$  = número de repetições do tratamento  $i$ .

$r_j$  = número de repetições do tratamento  $j$ .

$Q_{\text{MERRO}}$  = quadrado médio do erro ou média das variâncias dos  $k$  tratamentos aplicados.

$$Q_{\text{MERRO}} = S^2 = (s^2_1 + s^2_2 + \dots + s^2_k) / k$$

Como o número de repetições é o mesmo para os três tratamentos, apenas um(1) valor  $\Delta$  é calculado.

As médias dos tratamentos são então ordenadas em ordem decrescente e as diferenças entre elas são calculadas por subtração. Toda diferença entre duas médias que exceder o valor  $\Delta$ , será significativa ao nível  $\alpha$  de probabilidade, sendo  $\alpha = 0,05$ .

### 3.9.2 TESTE DE DUNCAN

No teste de Duncan o número de comparadores é igual ao número de médias abrangidas pelo contraste menos 1(um).

O valor do comparador  $D$  é dado por:

$$D = z_{\alpha} \sqrt{\frac{1}{2} * (1/r_I + 1/r_J) * Q_{\text{ERRO}}}$$

onde:

$z_{\alpha}$  = valor de  $z$  encontrado na Tabela de Distribuição da Amplitude Studentizada (Teste da Amplitude Múltipla de Duncan) em função do número de médias abrangidas pelo contraste e dos graus de liberdade do erro, a um nível  $\alpha$  de probabilidade.

Para fazer as comparações entre as médias, deve-se ordená-las em ordem decrescente e calcular as diferenças entre elas.

A diferença entre a maior e a menor média deve ser comparada ao valor de  $D$  calculado com base no número máximo de médias abrangidas pelo contraste, ou seja, o número de médias existentes entre a maior e a menor, incluindo estas duas. Segundo GOMES<sup>20</sup>, no teste de Duncan sempre que num grupo de médias a maior delas não diferir significativamente da menor, não se admitirá diferenças significativas entre médias intermediárias.

### 3.9.3 TESTE DO D.M.S.

No teste DMS é calculado o desvio mínimo significativo entre duas médias, que é dado por:

$$DMS = t_{\alpha} \sqrt{S^2 * (1/r_I + 1/r_J)}$$

onde:

$t_{\alpha}$  = valor de  $t$  tabelado em função dos graus de liberdade do erro, a um nível  $\alpha$  de probabilidade.

$$S^2 = Q_{\text{ERRO}}$$

Assim como ocorreu nos outros três testes, as médias devem ser ordenadas em ordem decrescente e as diferenças entre



elas devem ser calculadas. O valor do comparador é o desvio mínimo que deve haver entre duas médias para que elas sejam consideradas estatisticamente diferentes a um nível  $\alpha$  de probabilidade.

### 3.10 VARIÁVEIS TESTADAS

#### 3.10.1 PARÂMETROS DAS PARCELAS

Através de um programa desenvolvido em linguagem BASIC foram processadas as 150 parcelas medidas no inventário florestal, obtendo-se os seguintes parâmetros por parcela:

$\bar{d}$ ,  $daom$ ,  $dg$ , área ( $m^2$ ), número de árvores ( $n$ ) e  $g$ .

Foram estimados, também por parcela:

$\bar{h}$ ,  $haom$ ,  $V_A$ ,  $V_B$  e  $V_C$ ,

onde:

$V_A$  = volumes da série A

$V_B$  = volumes da série B

$V_C$  = volumes da série C

Através da extrapolação para hectare foram obtidas as seguintes estimativas:

$N$ ,  $G$ ,  $V_A$ ,  $V_B$  e  $V_C$ .

A partir desta fase do trabalho, os mesmos procedimentos foram aplicados, individualmente, aos dados das séries A, B e C, em função do quê, entenda-se como referente às três séries a metodologia aqui descrita.

### 3.10.2 TRANSFORMAÇÃO DE VARIÁVEIS

Os valores obtidos no processamento das parcelas constituíram o conjunto básico de variáveis que seriam utilizadas no estudo de modelos matemáticos para estimar o volume por unidade de área.

Conforme a revisão de literatura permitiu constatar, muitos modelos aplicados em estudos semelhantes continham estas mesmas variáveis, quer na sua forma simples, quer combinadas com outras variáveis, quer ponderadas por logaritmização, etc. Decidiu-se, então, criar um novo conjunto de variáveis, formado pelas originais e por transformações ou combinações destas.

Assim, para cada série foram relacionadas as seguintes variáveis:

#### *Variáveis dependentes*

$V, \log V$

#### *Variáveis independentes*

$\bar{d}, \bar{d}^2, d_{dom}, dg, dg^2, N, G, G^2, \bar{h}, \bar{h}^2, h_{dom}, h^2_{dom}$

$\bar{d}^2\bar{h}, N\bar{d}, GN, G\bar{h}, Gh_{dom}, G\bar{h}^2, Gh^2_{dom}, G^2\bar{h}, G^2h_{dom}$

$G^2N, \log G, \log G^2, \log GN, \log G^2N, \log G^2\bar{h}, \log G\bar{h}$

$\log \bar{d}^2\bar{h}, \log N\bar{d}, \log G^2h_{dom}, \log Gh_{dom}, \log Gh^2_{dom}$

### 3.10.3 CORRELAÇÃO LINEAR SIMPLES

Devido ao fato de o conjunto de variáveis disponíveis ser bastante amplo, efetuou-se um estudo de correlações lineares simples, visando principalmente observar o comportamento das variáveis dependentes ( $V, \log V$ ) em relação às variáveis independentes, já mencionadas no item 3.10.2.

### 3.11 AJUSTE E TESTE DE MODELOS PRÉ-SELECIONADOS DA LITERATURA

Foram ajustados e testados 26 modelos matemáticos para estimar o volume por unidade de área, sendo 16 de natureza aritmética e 10 de natureza logarítmica.

Esses modelos têm sido aplicados e estudados por vários autores, sendo que alguns deles, na sua formulação original, destinavam-se à obtenção de estimativas de volumes de árvores individuais, tendo sido, então, modificados ou adaptados para fornecer estimativas do volume por unidade de área.

#### *MODELOS ARITMÉTICOS TESTADOS*

$$(1) V = b_0 + b_1 G$$

$$(2) V = b_0 + b_1 G^2$$

$$(3) V = b_0 + b_1 GN$$

$$(4) V = b_0 + b_1 G\bar{h}$$

$$(5) V = b_0 + b_1 Gh_{dom}$$

$$(6) V = b_0 + b_1 G^2\bar{h}$$

$$(7) V = b_0 + b_1 G^2h_{dom}$$

$$(8) V = b_0 + b_1 G + b_2 G^2$$

$$(9) V = b_0 + b_1 G + b_2 \bar{h} + b_3 G\bar{h}$$

$$(10) V = b_0 + b_1 G + b_2 h_{dom} + b_3 Gh_{dom}$$

$$(11) V = b_0 + b_1 N$$

$$(12) V = b_0 + b_1 N\bar{d}$$

$$(13) V = b_0 + b_1 \bar{d}$$

$$(14) V = b_0 + b_1 \bar{d}^2$$

$$(15) V = b_0 + b_1 \bar{d}^2\bar{h}$$

$$(16) V = \frac{G\bar{h}}{b_0 + b_1 dg}$$

### MODELOS LOGARÍTMICOS TESTADOS

- (1)  $\log V = \log b_0 + b_1 \log G$
- (2)  $\log V = \log b_0 + b_1 \log G^2$
- (3)  $\log V = \log b_0 + b_1 \log GN$
- (4)  $\log V = \log b_0 + b_1 \log G^2N$
- (5)  $\log V = \log b_0 + b_1 \log G^2\bar{h}$
- (6)  $\log V = \log b_0 + b_1 \log G^2h_{dom}$
- (7)  $\log V = \log b_0 + b_1 \log G\bar{h}$
- (8)  $\log V = \log b_0 + b_1 \log Gh_{dom}$
- (9)  $\log V = \log b_0 + b_1 \log \bar{d}^2\bar{h}$
- (10)  $\log V = \log b_0 + b_1 \log N\bar{d}$

### 3.12 ELABORAÇÃO DE MODELOS ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE

Em virtude do grande número de variáveis independentes disponíveis, resolveu-se elaborar um modelo para estimativa do volume por unidade de área que, de certa forma, superasse os resultados obtidos com os modelos pré-selecionados.

Para a composição dos modelos adotou-se o processo Stepwise de seleção de variáveis, já descrito no item 3.7.2.4.

Foram elaborados para cada uma das três séries de dados, modelos de natureza aritmética, semi-logarítmica e logarítmica, envolvendo uma(1), duas, três e até quatro variáveis independentes.

### 3.13 FATOR DE CORREÇÃO PARA A DISCREPÂNCIA LOGARÍTMICA

Segundo MEYER<sup>39</sup>, a utilização de equações logarítmicas

para estimativas volumétricas conduz a erros sistemáticos, denominados "discrepância logarítmica". Isto ocorre porque nas equações logarítmicas o volume médio  $\bar{V}$  corresponde à estimativa média do logaritmo do volume. Ao se efetuar a retransformação da variável  $\bar{V}$ , ou seja, ao calcular-se o *antilog*  $\bar{V}$ , obtem-se a média geométrica dos volumes,  $\bar{X}_G$ , que é diferente da média aritmética desejada,  $\bar{X}_A$ .

Portanto, para corrigir o erro sistemático que ocorre cada vez que se retransforma uma variável originalmente logaritmizada, MEYER<sup>38</sup> recomenda o seguinte fator de correção (F), que deve ser multiplicado pelo valor estimado já retransformado:

$$F = 10^{0,5 \cdot (s^2_{yx} \cdot \ln 10)}$$

ou

$$F = 10^{1,1513 \cdot s^2_{yx}}$$

onde:

$s^2_{yx}$  = quadrado do erro padrão residual em unidades logarítmicas.

### 3.14 CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DO MELHOR MODELO

A avaliação comparativa de todos os modelos testados foi feita com base nos seguintes critérios:

a) Coeficiente de Determinação ( $R^2$  ou  $r^2$ )

De acordo com FREESE<sup>18</sup>, o coeficiente de determinação  $r^2$  (regressão com uma variável independente) ou  $R^2$  (com mais de uma variável independente), representa a proporção de variação em  $Y$  que está associada com a regressão sobre as variáveis

independentes, ou seja, mede o quanto a regressão está ajustando o conjunto de dados em questão.

O valor de  $R^2$  é dado por:

$$R^2 = \frac{SQ_{REG}}{SQ_{TOT}}$$

onde:

$SQ_{REG}$  = Soma de Quadrados da Regressão

$SQ_{TOT}$  = Soma de Quadrados Total,

ambos obtidos do Quadro da Análise de Variância (ANOVA).

Quanto maior o valor de  $R^2$  significa que mais o modelo está explicando a variabilidade dos dados. No entanto, DRAPER & SMITH<sup>14</sup> consideram importante salientar que o valor de  $R^2$  pode ser igual a 1,0 (um) simplesmente empregando-se no modelo  $n$  coeficientes apropriadamente selecionados, incluindo  $b_0$ , sendo que pode-se escolher um modelo que ajuste os dados exatamente. Portanto deve-se assegurar que um aumento no valor do  $R^2$  ao se incluir um novo termo no modelo, tenha uma significância real e não seja apenas devido ao fato de o número de parâmetros no modelo estar se aproximando do "ponto de saturação", isto é, do número de observações.

#### b) Erro padrão da estimativa ( $s_{yx}$ )

O erro padrão da estimativa também é obtido a partir da ANOVA e é dado por:

$$s_{yx} = \sqrt{QME}$$

onde:

$QME$  = Quadrado Médio do Erro ou Média Quadrática Residual.

O erro padrão da estimativa é uma medida absoluta da dispersão dos resíduos da regressão e quanto menor o seu valor,

mais precisas serão as estimativas fornecidas pela equação.

c) Erro padrão da estimativa em percentagem ( $syx\%$ )

Quando o erro padrão da estimativa é expresso como uma percentagem da média aritmética da variável dependente, obtém-se o erro padrão da estimativa em percentagem, que é dado por:

$$syx\% = \frac{syx}{\bar{y}} * 100$$

Nesse caso a interpretação é a mesma: quanto menor o valor de  $syx\%$ , mais precisas serão as estimativas obtidas pela equação.

O erro padrão da estimativa em percentagem serve, no entanto, apenas para comparar equações de mesma natureza. Para um modelo de natureza logarítmica, quando se calcula a média da variável dependente (no caso  $\log V$ ), na verdade está-se obtendo uma média geométrica e não aritmética, como é de interesse. Portanto, para comparar equações de naturezas diversas deve-se voltar a variável logaritmizada à forma aritmética ou então utilizar a expressão recomendada por MEYER<sup>38</sup>, que é:

$$syx\% = 230,26 * syx$$

onde:

$syx\%$  = erro padrão residual em percentagem, transformado para unidades aritméticas.

$syx$  = erro padrão residual em unidades logarítmicas.

Sempre que o erro padrão residual em unidades logarítmicas for menor que 0,1 deve-se aplicar a fórmula acima. Caso seja maior ou igual a 0,1, MEYER<sup>38</sup> recomenda a fórmula seguinte:

$$syx\% = (10^{syx} - 1) * 100$$

## d) Teste F

O valor do  $F$  calculado, na tabela de Análise de Variância para a regressão é dado por:

$$F = \frac{QMREG}{QME}$$

onde:

$QMREG$  = Quadrado Médio da Regressão

$QME$  = Quadrado Médio do Erro

O valor encontrado para a razão  $F$  é comparado com o valor de  $F$  tabelado em função dos graus de liberdade da regressão e do erro (numerador e denominador, respectivamente), a um nível  $\alpha$  de probabilidade. Caso o  $F$  calculado seja maior que o  $F$  tabelado, está comprovada a significância da regressão a um nível  $\alpha$  de probabilidade. Segundo NETER & WASSERMAN<sup>41</sup>, se a equação é significativa pode-se afirmar que existe uma associação (relação probabilística) entre a variável dependente e as variáveis independentes.

## e) Análise de Resíduos

Os resíduos foram examinados através de dois processos:

- 1) Processo gráfico
- 2) Processo analítico

Primeiramente foram calculados os resíduos em percentagem, obtidos a partir da seguinte fórmula:

$$RES\% = \frac{V_{OBS} - V_{EST}}{V_{OBS}} * 100$$

Onde:

$V_{OBS}$  = Volume observado em cada parcela

$V_{EST}$  = Volume estimado pelo modelo

Optou-se pela utilização dos resíduos em percentagem ao



invés dos resíduos absolutos, tendo em vista que aqueles, por serem expressos em unidades relativas, facilitam as comparações entre diversos modelos.

Os volumes observados seguidos dos respectivos resíduos em percentagem foram ordenados em ordem crescente para que houvesse uma sequência lógica, tanto no processo gráfico de exame dos resíduos como no analítico.

Ambos os processos têm por objetivo verificar a existência ou não de tendenciosidade nas estimativas fornecidas pelo modelo, ou seja, está-se testando os pressupostos básicos relativos aos resíduos quando se efetua uma regressão. São eles:

- Os resíduos são independentes.
- Os resíduos são normalmente distribuídos, com média igual a zero e variância constante. (DRAPER & SMITH<sup>14</sup>).

#### 1) Processo gráfico

Para cada modelo, de cada série, foram plotados os valores dos resíduos em percentagem em função dos respectivos volumes observados.

A análise visual é, na verdade, bastante subjetiva, mas pode-se dizer, em termos gerais, que, sempre que a distribuição dos resíduos se apresenta na forma de uma "faixa" horizontal e centralizada em torno do valor 0 (zero) no eixo vertical, o modelo pode ser considerado não tendencioso. Isto indica também que a sequência lógica em função da qual os resíduos foram plotados não está influenciando a sua distribuição e por conseguinte, o modelo.

#### 2) Processo analítico

Segundo DRAPER & SMITH<sup>14</sup> a análise gráfica dos resíduos

é bem mais informativa do que os procedimentos que envolvem medidas numéricas de tendenciosidade. No entanto, devido à subjetividade do exame visual dos resíduos, decidiu-se adotar também um critério numérico definido que permitisse avaliar se o modelo era tendencioso ou não.

Aplicou-se, então, o "teste de corrida de sinais", que permite verificar se grupos de resíduos positivos ou negativos ocorrem no que poderia ser uma forma não usual, ou seja, não aleatória. A metodologia utilizada foi a proposta por DRAPER & SMITH<sup>14</sup>.

De posse dos resíduos percentuais ordenados em função dos volumes observados, computou-se o número de sinais positivos ( $n_1$ ), o número de sinais negativos ( $n_2$ ) e o número de trocas de sinais ( $u$ ) ocorridas.

Para uma determinada sequência de sinais pode-se encontrar a probabilidade de o valor observado de  $u$  (ou um valor menor) ocorrer. Tal probabilidade pode ser determinada com o auxílio da "tabela para testar a aleatoriedade de agrupamento numa sequência de alternativas", desenvolvida por SWED, F.S. & EISENHART, C.\*, citados por DRAPER & SMITH<sup>14</sup>. O teste consiste em comparar a probabilidade encontrada com um valor  $\alpha$  de probabilidade pré-estabelecido; rejeita-se a hipótese de um arranjo aleatório se a probabilidade de  $u$  ser menor ou igual ao  $u$  observado for menor ou igual ao valor  $\alpha$ .

Quando  $n_1 > 10$  e  $n_2 > 10$  não há necessidade de valores exatos, visto que uma aproximação normal à distribuição real fornece uma acuracidade satisfatória.

---

\*SWED, F.S. & EISENHART, C. "Tables for testing randomness of grouping in a sequence of alternatives". Ann. Math. statist. 14, 66-87, 1943.

Pode-se demonstrar que  $\mu$  e  $\sigma^2$  são, respectivamente, a média e a variância reais da distribuição discreta  $u$ . São dados por:

$$\mu = \frac{2 n_1 n_2}{n_1 + n_2} + 1$$

$$\sigma^2 = \frac{2 n_1 n_2 (2 n_1 n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2 (n_1 + n_2 - 1)}$$

Então, aproximadamente:

$$Z = \frac{(u - \mu + 1/2)}{\sigma}$$

$Z$  é uma unidade de desvio normal e o fator de correção  $(1/2)$  é empregado como compensação pelo fato de se utilizar uma distribuição contínua para aproximar uma distribuição discreta.

Para os valores de  $Z$  calculados entra-se na tabela "Áreas sob a curva normal", apresentada por LEAL<sup>85</sup>. Se o valor tabelado para a probabilidade cumulativa for maior ou igual à probabilidade  $\alpha$ , pré-estabelecida, a hipótese  $H_0$ : o arranjo dos sinais é aleatório, será aceita.

Por ser de interesse obter vários modelos de equação de volume por unidade de área, considerou-se uma probabilidade de 97,5% ( $\alpha = 0,025$ ). Nesse caso o teste torna-se mais rigoroso, ou seja, é mais difícil considerar um modelo como tendencioso, o que o eliminaria sumariamente da seleção.

Para o nível  $\alpha = 0,025$ , o valor crítico de  $Z$ , abaixo do qual o modelo pode ser considerado como tendencioso, é igual a -1,64.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 CLASSIFICAÇÃO DIAMÉTRICA DO POVOAMENTO

A média dos diâmetros de todas as árvores medidas, excluindo-se as mortas, foi  $\bar{x} = 17,2424$  cm e o desvio-padrão,  $s = 5,02611$  cm.

Assumindo que os diâmetros das árvores do povoamento são normalmente distribuídos, foram estabelecidas 7 classes, com base na unidade de desvio-padrão. Os centros e limites de cada classe, as frequências absolutas e acumuladas, as frequências por hectare e acumuladas por hectare e as frequências relativas em percentagem encontram-se relacionadas no QUADRO 1.

O histograma de frequência apresentado na FIGURA 4 comprova que os diâmetros do povoamento seguem, realmente, uma distribuição aproximadamente normal.

### 4.2 RELAÇÃO HIPSONÔMETRICA

O QUADRO 2 contém os estimadores de ajuste e precisão e os coeficientes dos quatro modelos de relação hipsométrica testados.

Para todos os modelos, o erro padrão da estimativa em percentagem ou o Índice de Meyer apresentou valores superiores a 10%.

Isto pode ser explicado, em parte, pela variação da qualidade de sítio na área onde se localiza o povoamento.

QUADRO 1: Distribuição diamétrica do povoamento

C L A S S E	CENTROS	LIMITES DE	FREQ.	FREQ.	FREQ.	FREQ.	FREQ.
	DE		ABSOL.	ACUM.	POR	ACUM.	RELAT.
	CLASSE	CLASSE			HA.	POR HA.	(%)
1	$\overline{\text{DAP}}-3s$	$\leq 4,67$	52	52	7	7	0,36
2	$\overline{\text{DAP}}-2s$	4,68 a 9,69	837	889	114	121	5,73
3	$\overline{\text{DAP}}-1s$	9,70 a 14,72	3707	4596	504	625	25,37
4	$\overline{\text{DAP}}$	14,73 a 19,75	5909	10505	803	1427	40,45
5	$\overline{\text{DAP}}+1s$	19,76 a 24,77	3065	13570	416	1844	20,98
6	$\overline{\text{DAP}}+2s$	24,78 a 29,80	863	14433	117	1961	5,91
7	$\overline{\text{DAP}}+3s$	$\geq 29,81$	176	14609	24	1985	1,20

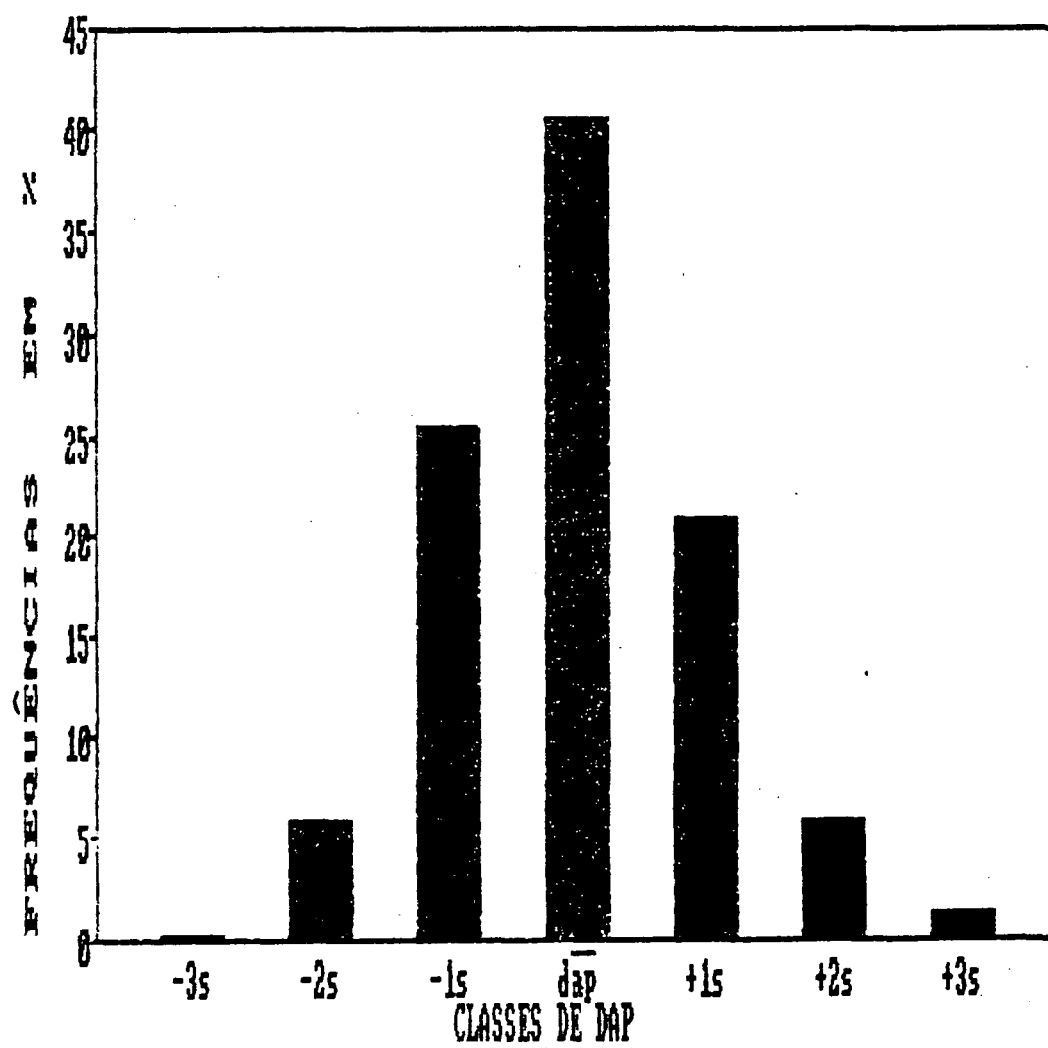


FIGURA 4: Histograma de frequência diamétrica do povoamento

QUADRO 2: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos de relação hipsométrica

Nº.	EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>yx</sub>	$\frac{1}{S_{yx}}\%$	F
1	$\log h = \log b_0 + b_1 \cdot 1/d$	$\log b_0 = 1,294379$ $b_1 = -2,595741$	0,540696	0,09212431	23,6301	134,0245
2	$h = b_0 + b_1 \log d$	$b_0 = -2,49491$ $b_1 = 13,32428$	0,525507	2,61608218	19,9154	126,1488
3	$h - 1,3 = \frac{d^2}{b_0 + b_1 d + b_2 d^2}$	$b_0 = -2,59851$ $b_1 = 1,10200$ $b_2 = 0,02971437$	0,877214	6,18507882	20,4709	404,6509
4	$\log h = \log b_0 + b_1 \log d$	$\log b_0 = 0,5330828$ $b_1 = 0,4821356$	0,537295	0,09246477	23,7271	132,2160

\* Índice de Meyer para modelos logarítmicos

O modelo escolhido para estimar as alturas das árvores das parcelas foi o modelo de Prodan ou, conforme consta no QUADRO 2, o modelo 3:

$$h - 1,3 = \frac{d^2}{b_0 + b_1 d + b_2 d^2}$$

Embora o erro padrão da estimativa em percentagem (syx%) apresentado por este modelo seja superior ao obtido com o modelo 2, optou-se pelo modelo 3 levando-se em consideração o valor do coeficiente de determinação ( $R^2$ ), o valor da razão F e a análise de um gráfico, onde foram plotados os pontos de diâmetro e altura observados e as alturas estimadas pela equação. O gráfico correspondente ao modelo 3 pode ser visualizado na FIGURA 5.

#### 4.3 ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS

##### 4.3.1 ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS ATRAVÉS DE EQUAÇÃO VOLUMÉTRICA

No QUADRO 3 encontram-se os seis modelos de equação de volume para árvores individuais e seus respectivos coeficientes e estimadores de ajuste e precisão.

No que se refere ao erro da equação, quer seja em termos de erro padrão da estimativa em percentagem (syx%), quer seja em termos de Índice de Meyer, pode-se afirmar que os modelos 1, 2, 3 e 6 apresentaram resultados bastante satisfatórios, sendo sempre iguais ou inferiores a 10%. As equações piores foram aquelas que incluíram apenas o diâmetro na sua forma simples e quadrática como variável independente.



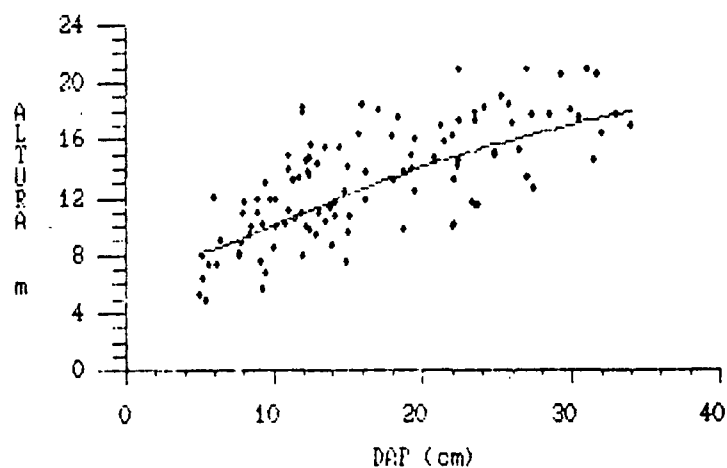


FIGURA 5: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo 3 de relação hipsométrica

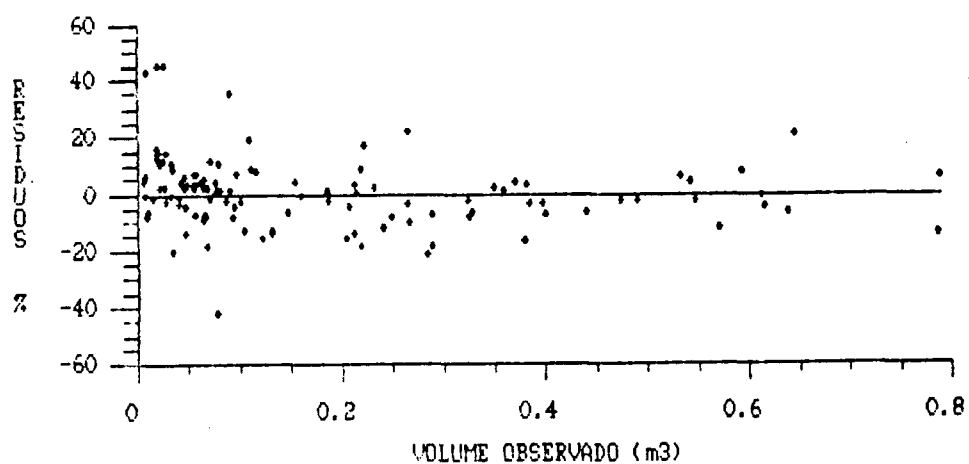


FIGURA 6: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca de árvores individuais para o modelo 3

QUADRO 3: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos de equação volumétrica

Nº	EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R²	S <sub>yx</sub>	† S <sub>yx</sub> %	F
1	$\log v = \log b_0 + b_1 \log (d^2 h)$	$\log b_0 = -4,262076$ $b_1 = 0,9543541$	0,992950	0,04206283	10,1699	1596,010
2	$\log v = \log b_0 + b_1 \log d + b_2 \log h$	$b_0 = -4,196086$ $b_1 = 1,992908$ $b_2 = 0,804388$	0,993684	0,03981246	9,6005	8890,086
3	$v / h = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$	$b_0 = -8,992039E-04$ $b_1 = 1,648308E-04$ $b_2 = 3,157046E-05$	0,986012	0,00120500	8,3483	3983,745
4	$v = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$	$b_0 = 2,131576E-02$ $b_1 = -6,216685E-03$ $b_2 = 8,110746E-04$	0,944512	0,04442407	23,8839	962,736
5	$v = b_0 + b_1 d^2$	$b_0 = -2,828793E-02$ $b_1 = 6,492708E-04$	0,942634	0,04516937	24,2846	1857,823
6	$\log v = \log b_0 + b_1 \log d + b_2 \log h +$ $+ b_3 (\log d \cdot \log h)$	$\log b_0 = -3,629451$ $b_1 = 1,462393$ $b_2 = 0,2802064$ $b_3 = 0,482363$	0,994561	0,03694365	8,8789	6889,231

† Índice de Meyer para modelos logarítmicos

O modelo escolhido para estimar os volumes das árvores das parcelas foi o modelo 3:

$$v/h = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$$

Na verdade este foi o modelo que apresentou o menor erro (8,35%). Além disso a análise gráfica dos resíduos em percentagem plotados em função do volume observado, comprovou que o modelo 3 possui uma distribuição mais homogênea e uniforme quando comparado aos outros modelos.

O gráfico dos resíduos porcentuais plotados em função do volume observado, para o modelo 3, encontra-se na FIGURA 6.

#### 4.3.2 ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS ATRAVÉS DE FUNÇÃO DE FORMA POR CLASSE DE DIÂMETRO

##### 4.3.2.1 TESTE E AJUSTE DO POLINÔMIO DE 5º GRAU POR CLASSE DE DIÂMETRO

Para cada classe de diâmetro foi ajustado, isoladamente, um polinômio de 5º grau. Os resultados obtidos quanto ao ajuste e precisão, bem como os coeficientes do modelo para cada classe, encontram-se relacionados no QUADRO 4.

Pode-se constatar que o erro padrão da estimativa em percentagem ( $s_{yx}\%$ ) para todas as classes, foi sempre inferior a 8,5%, havendo um decréscimo gradativo das menores classes para as maiores. Os valores do coeficiente de determinação múltipla ( $R^2$ ) situaram-se em torno de 0,98 a 0,99.

Para obter uma melhor visualização do comportamento da linha de regressão em relação aos pontos observados, foram plotados gráficos que contêm no eixo das abscissas os valores

QUADRO 4: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão do polinômio de 5º grau por classe de diâmetro

CLASSES	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	syx	syx%	F
2	b <sub>0</sub> = 1,373374 b <sub>1</sub> = -5,352891 b <sub>2</sub> = 21,70144 b <sub>3</sub> =-46,90393 b <sub>4</sub> = 45,79170 b <sub>5</sub> =-16,61264	0,980268	0,05803234	8,4813	3488,538
3	b <sub>0</sub> = 1,299187 b <sub>1</sub> = -4,218709 b <sub>2</sub> = 15,58642 b <sub>3</sub> =-31,59252 b <sub>4</sub> = 28,90618 b <sub>5</sub> = -9,985249	0,980251	0,05568745	8,1670	5709,152
4	b <sub>0</sub> = 1,273068 b <sub>1</sub> = -3,996748 b <sub>2</sub> = 16,21012 b <sub>3</sub> =-35,11427 b <sub>4</sub> = 33,24468 b <sub>5</sub> =-11,62046	0,982937	0,05157694	7,5219	3491,984
5	b <sub>0</sub> = 1,284841 b <sub>1</sub> = -4,228716 b <sub>2</sub> = 17,84385 b <sub>3</sub> =-38,96121 b <sub>4</sub> = 36,66723 b <sub>5</sub> =-12,61032	0,984720	0,04972266	7,2493	3493,855
6	b <sub>0</sub> = 1,234044 b <sub>1</sub> = -3,433403 b <sub>2</sub> = 13,89728 b <sub>3</sub> =-30,20635 b <sub>4</sub> = 27,68059 b <sub>5</sub> = -9,173162	0,991641	0,03618365	5,3386	4532,851
7	b <sub>0</sub> = 1,274816 b <sub>1</sub> = -4,020296 b <sub>2</sub> = 17,37261 b <sub>3</sub> =-38,4316 b <sub>4</sub> = 35,96462 b <sub>5</sub> =-12,16453	0,989853	0,04097758	5,9522	2478,851

de  $h_1/h$  e no eixo das ordenadas os valores de  $d_1/d_{0,1}$ . Sobre os pontos observados passa a linha de regressão obtida através da equação. Os gráficos referentes às classes 2, 3, 4, 5, 6 e 7 encontram-se nas FIGURAS 7, 8, 9, 10, 11 e 12, respectivamente.

#### 4.3.2.2 ELABORAÇÃO DE UM MODELO DE FUNÇÃO DE FORMA ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE

##### 4.3.2.2.1 ESTUDO DE CORRELAÇÕES SIMPLES ENTRE Y E X ELEVADO A DIVERSAS POTÊNCIAS

Conforme já foi explicado no item 3.7.2.3, pelo fato de haver restrições técnicas quanto ao número de variáveis independentes a participarem do processo Stepwise, foi realizado um estudo de correlações simples entre a variável dependente  $y = d_1/d_{0,1}$  e a variável independente  $x = h_1/h$  elevada a diversas potências. Os resultados desse estudo podem ser observados no QUADRO 5.

Observando-se este quadro, pode-se dizer que, de um modo geral, quando  $x$  está elevado a expoentes menores do que 1,0(um), ou seja, (0,01), (0,02), ..., (0,9), as correlações simples com a variável dependente são maiores do que quando  $x$  está elevado a expoentes inteiros maiores ou iguais a 5.

Para a classe 2 foram selecionadas as potências (0,2), (0,3), ..., (0,9) e (1,0); para a classe 3, as potências (0,3), (0,4), ..., (0,9) e (1,0); para as demais classes, as potências (0,4), (0,5), ..., (0,9), (1,0), e (2,0). A variável independente  $x$  elevada a essas potências apresentou, em todas as classes, correlações simples maiores ou iguais a 0,95 com  $y$ .

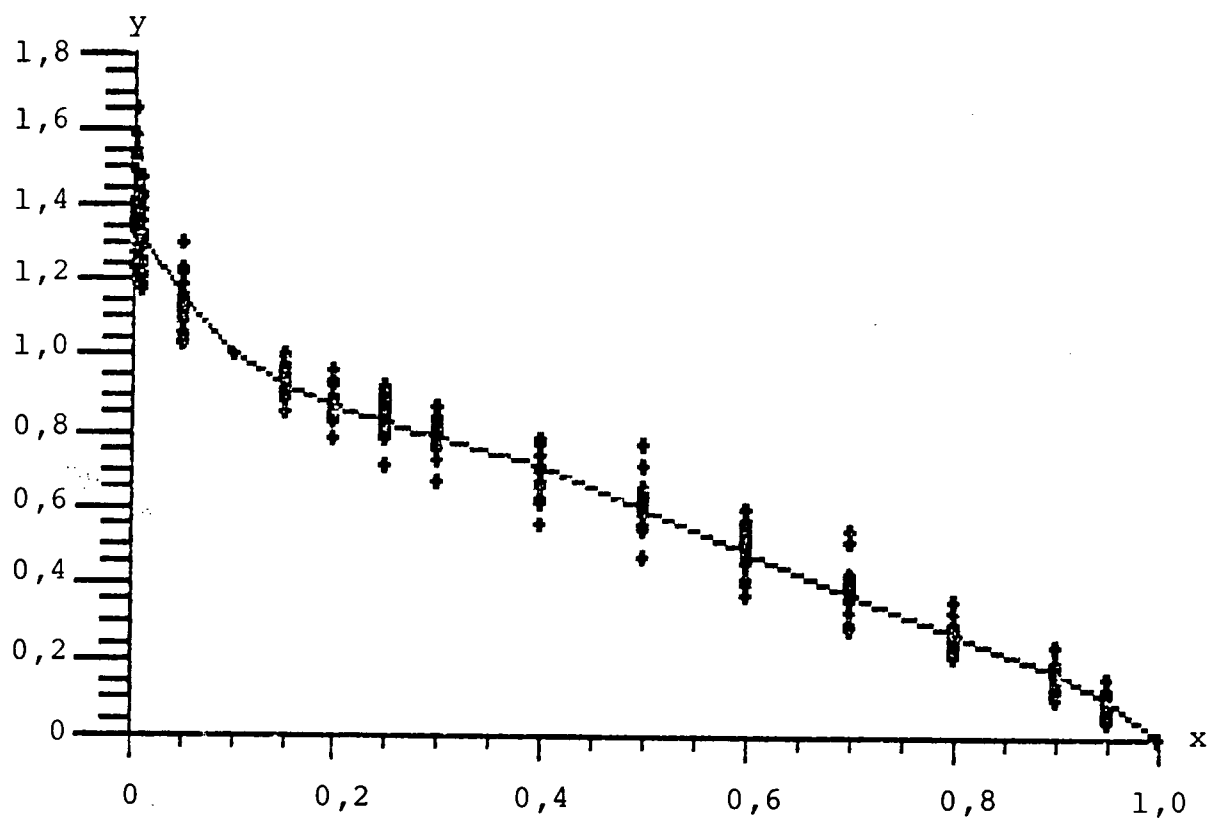


FIGURA 7: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o polinômio de 5º grau - Classe 2

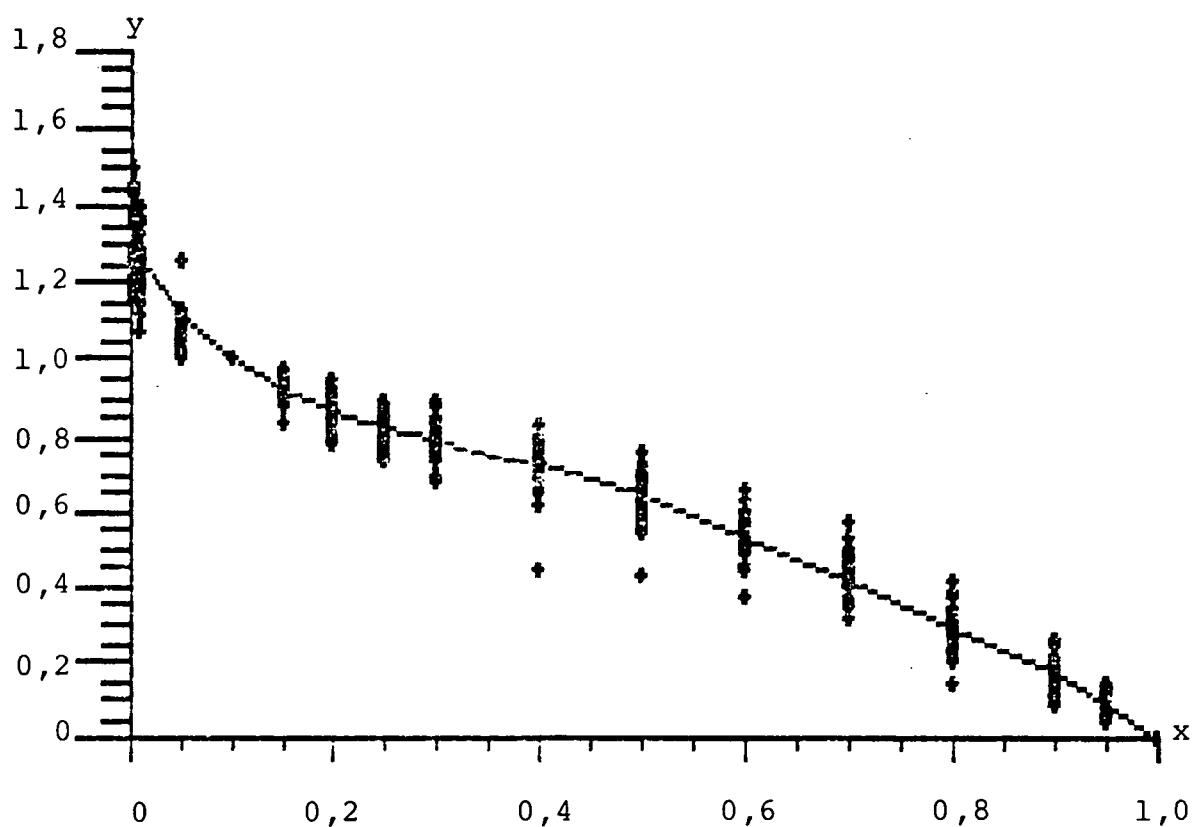


FIGURA 8: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o polinômio de 5º grau - Classe 3

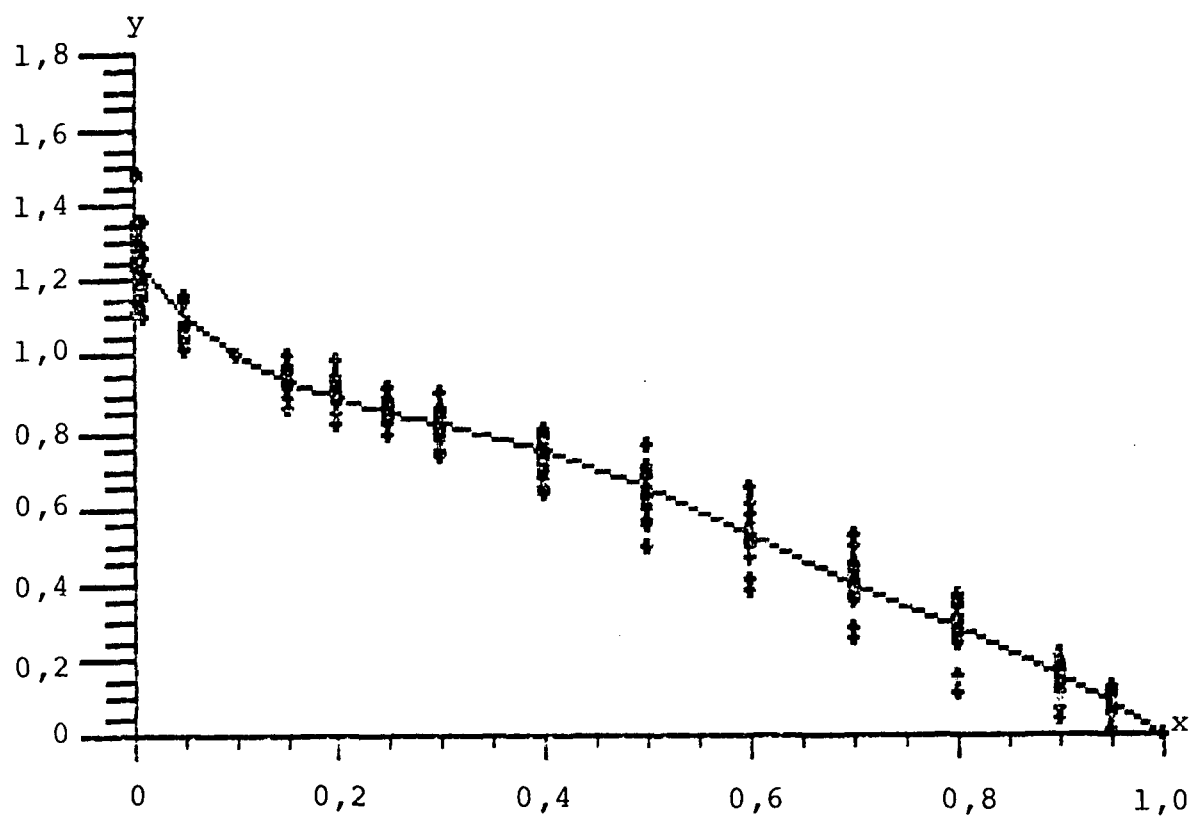


FIGURA 9: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o polinômio de 5º grau - Classe 4

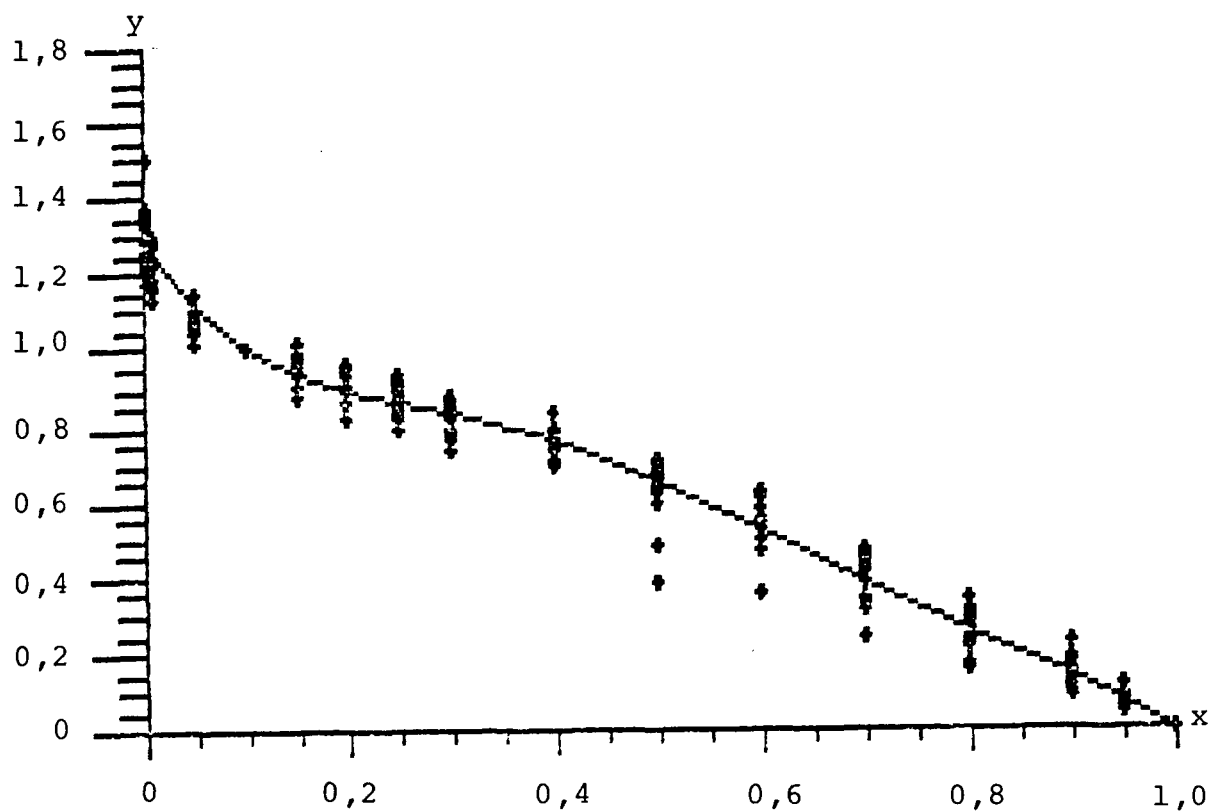


FIGURA 10: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o polinômio de 5º grau - Classe 5

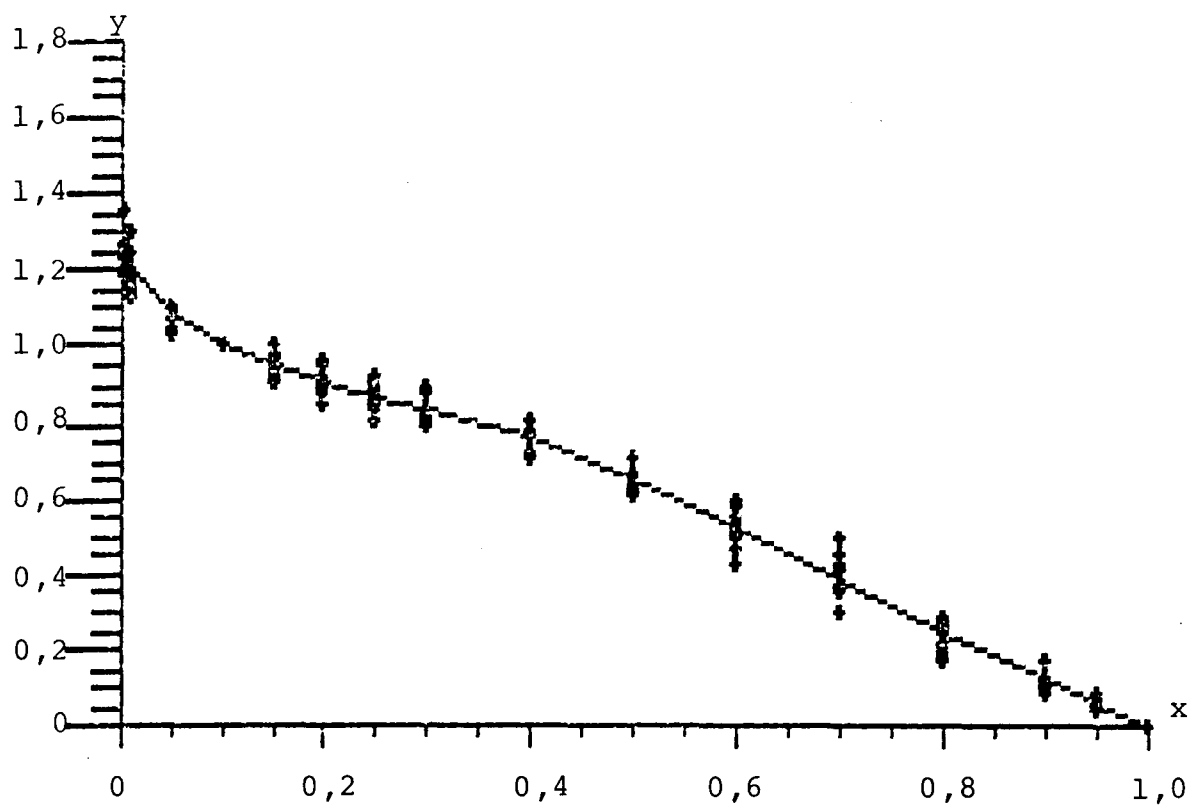


FIGURA 11: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o polinômio de 5º grau - Classe 6

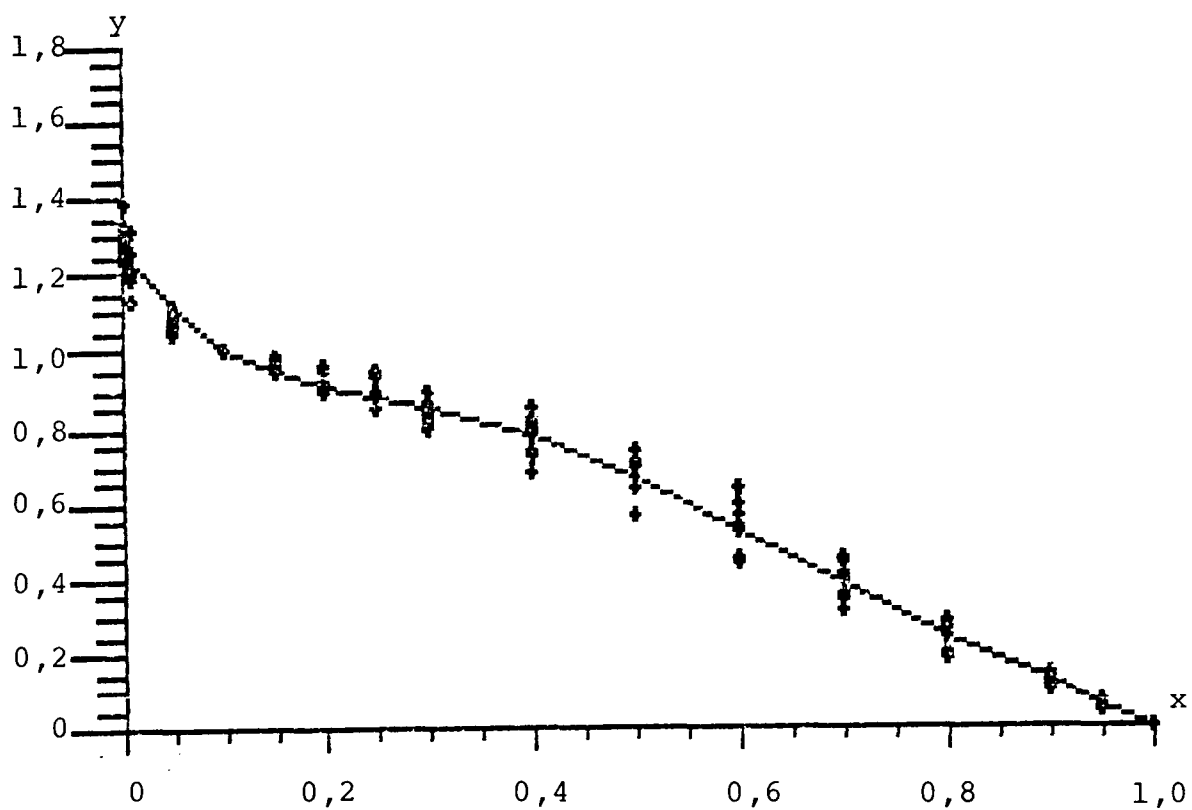


FIGURA 12: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o polinômio de 5º grau - Classe 7



QUADRO 5: Correlações lineares simples entre  $y$  e  $x$  elevado a diversas potências

POT. DE	CLASSES DE DIÂMETRO					
x	2	3	4	5	6	7
.005	-.912685	-.886891	-.869020	-.865698	-.848538	-.856044
.010	-.908711	-.887885	-.867895	-.867561	-.853164	-.860590
.020	-.913211	-.889020	-.873303	-.873030	-.858046	-.864008
.030	-.916647	-.894230	-.876603	-.875928	-.861106	-.866880
.040	-.918815	-.895962	-.879578	-.879138	-.864597	-.870263
.050	-.921471	-.899040	-.882670	-.882178	-.867892	-.873483
.060	-.923541	-.901336	-.885428	-.885027	-.871093	-.876631
.070	-.926023	-.904234	-.888400	-.887947	-.874301	-.879704
.080	-.928439	-.906866	-.891416	-.890999	-.877584	-.882809
.090	-.930805	-.909559	-.894305	-.893877	-.880698	-.885808
.100	-.933085	-.912192	-.897122	-.896698	-.883806	-.888804
.200	-.952834	-.935191	-.922683	-.922352	-.912143	-.915961
.300	-.967429	-.953102	-.943204	-.942991	-.935403	-.938118
.400	-.977173	-.966158	-.958802	-.958737	-.953632	-.955351
.500	-.982789	-.974994	-.970051	-.970144	-.967329	-.968174
.600	-.985083	-.980334	-.977654	-.977913	-.977177	-.977262
.700	-.984849	-.982932	-.982347	-.982776	-.983892	-.983330
.800	-.982794	-.983498	-.984808	-.985393	-.988142	-.987030
.900	-.979448	-.982553	-.985577	-.986308	-.994810	-.988907
1.00	-.975221	-.980530	-.985078	-.985941	-.991358	-.989399
2.00	-.921904	-.941384	-.954180	-.955500	-.967028	-.963330
3.00	-.874454	-.900635	-.915466	-.916238	-.929019	-.924808
4.00	-.835289	-.864981	-.879832	-.879717	-.892387	-.887901
5.00	-.802629	-.834180	-.848401	-.847361	-.859483	-.854819
6.00	-.774956	-.807410	-.820840	-.818944	-.830385	-.825603
7.00	-.751092	-.783873	-.796518	-.793864	-.804608	-.799751
8.00	-.730164	-.762910	-.774832	-.771519	-.781593	-.776691
9.00	-.711529	-.744007	-.755284	-.751401	-.760850	-.755924
10.0	-.694713	-.726778	-.737481	-.733109	-.741982	-.737045
15.0	-.628551	-.657751	-.666390	-.660400	-.667062	-.662159
20.0	-.580713	-.607088	-.614460	-.607648	-.612906	-.608060
25.0	-.544607	-.568670	-.575203	-.567939	-.572284	-.567482

#### 4.3.2.2.2 PROCESSO STEPWISE

Para cada classe de diâmetro foi elaborado um modelo de função de forma através do processo Stepwise. Para a classe 2 havia um conjunto de 9 variáveis independentes à disposição. Nas demais classes, individualmente, havia um conjunto de 8 variáveis independentes.

Nesta fase do trabalho não foi limitado o número de variáveis que comporiam o modelo. Portanto o modelo final foi determinado no momento em que não havia mais variáveis com condições de entrada e tampouco variáveis passíveis de serem retiradas do modelo.

No QUADRO 6 encontram-se descritos os modelos, bem como seus respectivos coeficientes e estimadores de ajuste e precisão.

Comparando-se, classe a classe, o valor do erro padrão da estimativa em percentagem ( $s_{yx}\%$ ) obtido pelo polinômio de 5º grau e aquele obtido através dos modelos elaborados pelo processo Stepwise, pode-se constatar que estes últimos sempre apresentaram erros ligeiramente menores. Também os coeficientes de determinação múltipla ( $R^2$ ) dos modelos elaborados foram superiores aos do polinômio do 5º grau.

O conjunto de variáveis empregado para a elaboração destes modelos foi selecionado com base no estudo de correlações simples. De acordo com o que foi estabelecido na metodologia, resolveu-se colocar à disposição do programa Stepwise um outro conjunto de variáveis independentes, constituído pela variável  $x=h_1/h$  elevado a diversas potências sugeridas por HRADETZKY<sup>27</sup>.

QUADRO 6: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos melhores modelos de função de forma por classe de diâmetro elaborados pelo processo Stepwise

CL.	EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>yx</sub>	S <sub>yx</sub> (%)	F
2	$y=b_0+b_1x+b_2x^2+b_3x$	$b_0=1,582389$ $b_1=-10,17608$ $b_2=19,07225$ $b_3=-10,45376$	0,9817	0,05576206	8,1495	6306,221
3	$y=b_0+b_1x+b_2x^2+b_3x^3+b_4x^4+b_5x$	$b_0=20,01725$ $b_1=-336,4918$ $b_2=1107,211$ $b_3=-5146,069$ $b_4=6938,315$ $b_5=-2583,039$	0,9856	0,04759024	6,9795	7859,278
4	$y=b_0+b_1x+b_2x^2+b_3x^3+b_4x^4$	$b_0=1,65492$ $b_1=-8,586646$ $b_2=9,662096$ $b_3=-2,301178$ $b_4=-0,4264585$	0,9844	0,04924012	7,1811	4796,104
5	$y=b_0+b_1x+b_2x^2+b_3x^3+b_4x^4$	$b_0=1,614992$ $b_1=-3,299012$ $b_2=21,76592$ $b_3=-20,4681$ $b_4=0,3824773$	0,9863	0,04714239	6,8731	4865,708
6	$y=b_0+b_1x+b_2x^2+b_3x^3+b_4x^4$	$b_0=0,03693174$ $b_1=-3,02264$ $b_2=21,95752$ $b_3=-20,99593$ $b_4=0,5206157$	0,9924	0,03457353	5,1010	6210,280
7	$y=b_0+b_1x+b_2x^2+b_3x$	$b_0=1,774281$ $b_1=-11,97167$ $b_2=13,80042$ $b_3=-3,622247$	0,9911	0,03829595	5,5627	4735,499

Novamente para cada classe de diâmetro foi montado um modelo de função de forma, cuja descrição, coeficientes e estimadores de ajuste e precisão aparecem no QUADRO 7.

É interessante observar que a variável  $x^{0.005}$  está incluída em todos os modelos. No modelo correspondente a cada classe aparecem no máximo dois expoentes inteiros.

Esses modelos apresentaram um erro padrão da estimativa em percentagem ( $s_{yx}\%$ ) menor do que aquele obtido com o polinômio de 5º grau, quando se compara classe a classe, embora a diferença se verifique em termos de décimos. Quando se compara estes últimos modelos com aqueles obtidos com base no estudo de correlações simples, o erro varia de acordo com a classe em questão, sendo ora maior, ora menor, o mesmo acontecendo em relação ao coeficiente de determinação múltipla ( $R^2$ ).

Para todos os modelos obtidos pelo processo Stepwise foram elaborados gráficos que contêm os pontos observados e a curva ajustada pela equação. Tais gráficos podem ser encontrados nas FIGURAS 42 a 53 do APÊNDICE.

#### 4.3.2.3 OBTENÇÃO DO VOLUME TOTAL DA ARVORE ATRAVÉS DA FUNÇÃO DE FORMA

Dentre os três tipos de modelos de função de forma foi escolhido o polinômio de 5º grau para obter as estimativas de volume. Embora os modelos elaborados pelo processo Stepwise — envolvendo os dois conjuntos distintos de variáveis independentes — tenham apresentado uma maior precisão, a variação no erro padrão da estimativa em percentagem ( $s_{yx}\%$ ) foi

QUADRO 7: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos de função de forma por classe de diâmetro elaborados pelo processo Stepwise - Potências de HRADETZKY

CL. EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>yx</sub>	S <sub>yx</sub> (%)	F
2 $y=b_0+b_1x^{.005}+b_2x^{.5}+b_3x^{.6}+b_4x^{.5}$	$b_0=42,64541$ $b_1=-41,51658$ $b_2=6,057569$ $b_3=-6,005735$ $b_4=-0,1692904$	0,9821	0,05525163	8,0749	4819,321
3 $y=b_0+b_1x^{.005}+b_2x+b_3x^3$	$b_0=19,58741$ $b_1=-18,76168$ $b_2=-0,4430335$ $b_3=-0,381118$	0,9821	0,05299424	7,7720	10526,110
4 $y=b_0+b_1x^{.005}+b_2x^2+b_3x^5$	$b_0=19,9662$ $b_1=-19,17963$ $b_2=-0,8520026$ $b_3=0,0707712$	0,9845	0,04909530	7,1599	6432,840
5 $y=b_0+b_1x^{.005}+b_2x^{.6}+b_3x$	$b_0=40,20269$ $b_1=-40,02941$ $b_2=2,56541$ $b_3=-2,737906$	0,9861	0,04734126	6,9021	6432,141
6 $y=b_0+b_1x^{.005}+b_2x^3+b_3x^4$	$b_0=18,47527$ $b_1=-17,68568$ $b_2=-2,350548$ $b_3=1,569684$	0,9927	0,03376520	4,9818	8684,266
7 $y=b_0+b_1x^{.005}+b_2x^{.6}+b_3x$	$b_0=39,94248$ $b_1=-39,77849$ $b_2=2,712243$ $b_3=-2,891006$	0,9911	0,03829508	5,5626	4735,717

tão pequena que, em termos práticos, não seria compensador desenvolver, para cada classe, a integral da função de forma correspondente. Além disso, quando se analisa, para uma mesma classe, os gráficos que contêm os pontos observados e a curva ajustada, praticamente não se detecta diferenças entre os três tipos de modelos ajustados, com exceção do modelo elaborado pelo processo Stepwise para a classe 3, que apresenta um ajuste não condizente com a forma real da base do fuste das árvores, conforme pode ser observado na FIGURA 43 do APÊNDICE.

A integração do polinômio de 5º grau no intervalo de 0 a 1,0 - uma vez que se deseja o volume total da árvore - resulta na seguinte expressão:

$$v = k * \left\{ A [x]^1_0 + B [x^2]^1_0 + C [x^3]^1_0 + D [x^4]^1_0 + E [x^5]^1_0 + \right. \\ \left. + F [x^6]^1_0 + G [x^7]^1_0 + H [x^8]^1_0 + I [x^9]^1_0 + J [x^{10}]^1_0 + \right. \\ \left. + K [x^{11}]^1_0 \right\}$$

onde:

$v$  = volume total com casca da árvore ( $m^3$ )

$k = h * d^2_{0,1} * \pi / 40000$

$A = b_0^2$

$B = b_0 * b_1$

$C = (2 b_0 b_2 + b_1^2) / 3$

$D = (b_0 b_3 + b_2 b_1) / 2$

$E = (2 b_4 b_0 + 2 b_1 b_3 + b_2^2) / 5$

$F = (b_0 b_5 + b_4 b_1 + b_2 b_3) / 3$

$G = (2 b_1 b_5 + 2 b_2 b_4 + b_3^2) / 7$

$H = (b_4 b_3 + b_2 b_5) / 4$

$I = (2 b_3 b_5 + b_4^2) / 9$

$$J = b_4 b_5 / 5$$

$$K = b_5^2 / 11$$

Uma vez que  $x$  assume os valores de 0 e 1,0, todas as expressões do tipo:

$$[x]_0^1, [x^2]_0^1, \dots, [x^{11}]_0^1,$$

terão como resultado o valor 1,0 (um), pois:

$$(1 - 0) = 1, (1^2 - 0^2) = 1, \dots, (1^{11} - 0^{11}) = 1$$

Assim a expressão da integral se resume a:

$v = k * (A + B + C + D + \dots + J + K)$ , onde a parte entre parênteses assume 6 (seis) diferentes valores, de acordo com os coeficientes dos seis modelos correspondentes às classes de diâmetro.

#### 4.3.2.4 ESTIMATIVA DO DIÂMETRO $do,1$

Utilizando os dados da cubagem foi testado o seguinte modelo para estimativa do diâmetro  $do,1$ :

$$do,1 = b_0 + b_1 d$$

Os resultados em termos de ajuste e precisão, bem como os coeficientes da equação encontram-se no QUADRO 8.

QUADRO 8 : Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão do modelo para estimar o diâmetro  $do,1$

COEFICIENTES	$R^2$	$s_{yx}$	$s_{yx}(\%)$	F
$b_0=0,8990589$	0,993094	0,59388	3,562	16250,650
$b_1=0,9511278$				

Conforme pode-se observar , o modelo apresentou um erro

padrão da estimativa em percentagem ( $syx\%$ ) igual a 3,562%, que é bastante satisfatório. Considerou-se, portanto, a equação adequada para estimar o diâmetro do,1 de todas as árvores das parcelas.

#### 4.3.3 ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS ATRAVÉS DE FUNÇÃO DE FORMA GENÉRICA

Nesta fase do estudo as 114 árvores cubadas foram agrupadas, desconsiderando-se as classes de diâmetro previamente estabelecidas. Foram testados então três modelos de função de forma genérica. Os resultados obtidos, a descrição dos modelos e os seus respectivos coeficientes podem ser observados no QUADRO 9.

Tanto o polinômio de 3º grau quanto o polinômio de 5º grau apresentaram resultados bastante satisfatórios, com erro padrão da estimativa em percentagem ( $syx\%$ ) inferior a 10%.

Seguindo os mesmos procedimentos adotados nas fases anteriores, foram plotados em gráficos os pontos de diâmetros e alturas relativas observados e a linha de regressão. A partir daí pôde-se confirmar que, realmente, o polinômio de 5º grau é o melhor modelo para descrever a forma das árvores em questão. O gráfico correspondente pode ser visualizado na FIGURA 13.

A obtenção do volume total da árvore já foi detalhada no item 4.3.2.3.



QUADRO 9: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos de função de forma genérica

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>yx</sub>	S <sub>yx</sub> (%)	F
$y^2 = b_0 + b_1x + b_2x^2$	$b_0 = 1,464934$ $b_1 = -3,157851$ $b_2 = 1,74331$	0,923272	0,09941188	14,5426	10969,18
$y = b_0 + b_1xb_2x^2 + b_3x^3$	$b_0 = 1,246037$ $b_1 = -2,144281$ $b_2 = 2,563986$ $b_3 = -1,686897$	0,974934	0,06338855	9,2670	23636,360
$y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^4 + b_5x^5$	$b_0 = 1,298454$ $b_1 = -4,30688$ $b_2 = 17,16449$ $b_3 = -36,59252$ $b_4 = 34,4387$ $b_5 = -12,00598$	0,980745	0,05555740	8,1220	18571,86

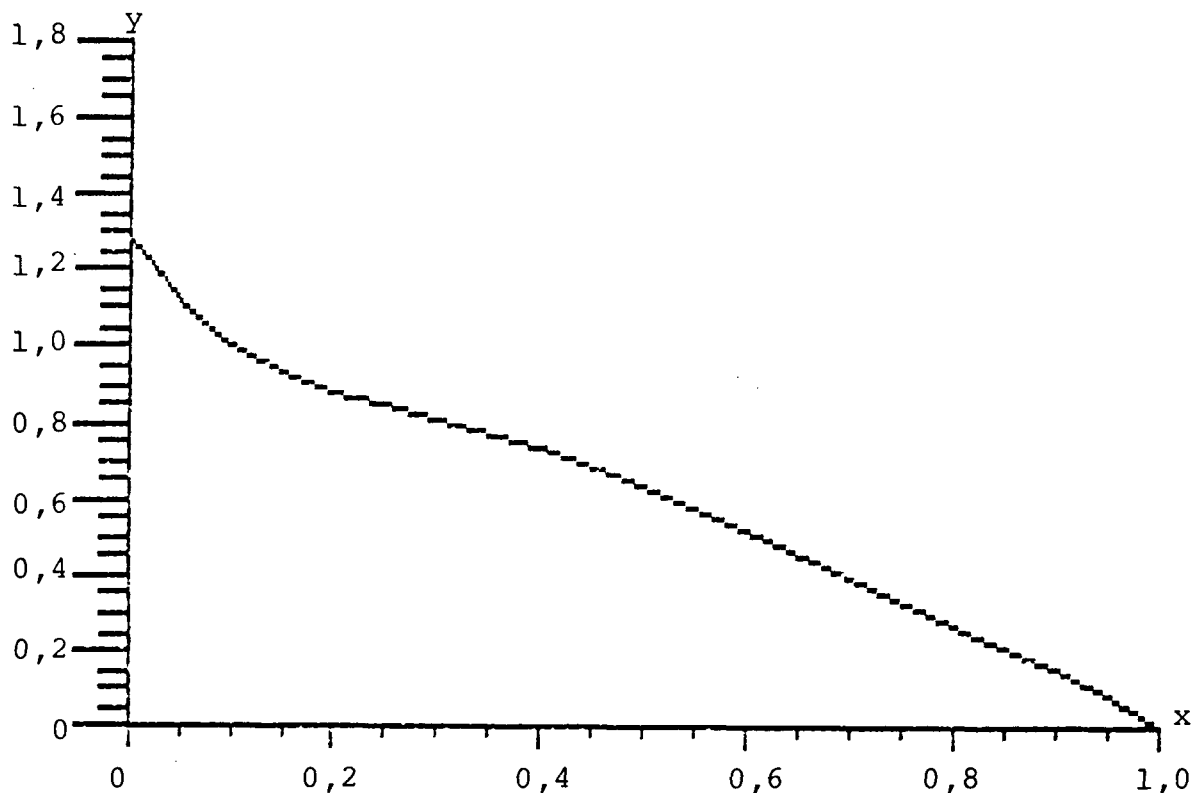


FIGURA 13: Linha de regressão ajustada para o polinômio de 5º grau - Todas as classes

#### 4.4 PROCESSAMENTO DAS PARCELAS

As séries A, B e C definidas na metodologia são constituídas por:

- Série A = volumes por hectare referentes às 150 parcelas, obtidos com base na somatória dos volumes de árvores individuais estimados pela equação volumétrica:

$$v/h = -0,0008992039 + 0,0001648308 * d + 0,00003157046 * d^2$$

- Serie B = volumes por hectare referentes às 150 parcelas, obtidos com base na somatória dos volumes de árvores individuais estimados a partir da integração das seguintes funções de forma:

CLASSES 1 E 2

$$y = 1,373374 - 5,352891 * x + 21,70144 * x^2 - 46,90393 * x^3 + 45,7917 * x^4 - 16,61264 * x^5$$

CLASSE 3

$$y = 1,299187 - 4,218709 * x + 15,58642 * x^2 - 31,59252 * x^3 + 28,90618 * x^4 - 9,985249 * x^5$$

CLASSE 4

$$y = 1,273068 - 3,996748 * x + 16,21012 * x^2 - 35,11427 * x^3 + 33,24468 * x^4 - 11,62046 * x^5$$

CLASSE 5

$$y = 1,284841 - 4,228716 * x + 17,84385 * x^2 - 38,96121 * x^3 + 36,66723 * x^4 - 12,61032 * x^5$$

CLASSE 6

$$y = 1,234044 - 3,433403 * x + 13,89728 * x^2 - 30,20635 * x^3 + 27,68059 * x^4 - 9,173162 * x^5$$

CLASSE 7

$$y = 1,274816 - 4,020296 * x + 17,37621 * x^2 - 38,4316 * x^3 + 35,96462 * x^4 - 12,16453 * x^5$$

- Série C = volumes por hectare referentes às 150 parcelas, obtidos com base na somatória dos volumes de árvores individuais estimados a partir da integração da seguinte função de forma genérica:

$$y = 1,298454 - 4,30688 * x + 17,16449 * x^2 - 36,59252 * x^3 + 34,4387 * x^4 - 12,00598 * x^5$$

#### 4.5 TESTES DE COMPARAÇÃO DE MÉDIAS

No QUADRO 10 encontra-se a análise de variância efetuada para a obtenção do valor do quadrado médio do erro ou média das variâncias dos  $k$  tratamentos aplicados às parcelas, valor este empregado no cálculo dos comparadores.

QUADRO 10: Análise de variância - Delineamento inteiramente casualizado - 150 repetições - 3 tratamentos

FONTE DE VAR. G. DE LIB.		SOMA DE QUAD.	QUAD. MÉDIO	F
tratamento	2	4724	2362	0,34761
erro	447	3037347,815	6794,961554	
total	449	3042071,815		

##### 4.5.1 TESTE DE TUKEY

O valor do comparador " $\Delta$ " foi calculado com base no valor de:

$$q_{.05}(3, 447) = 3,31$$

$$r_i = r_j = 150$$

$$QME = 6794,961554$$

$$\Delta = 22,2779829$$

As diferenças entre as médias dos três tratamentos são:

$$X_A - X_B = 3,064$$

$$X_A - X_C = 7,867$$

$$X_B - X_C = 4,803$$

Dessa forma pode-se concluir que não existe diferença

significativa entre as médias a um nível de 0,05 de probabilidade.

#### 4.5.2 TESTE DE DUNCAN

Para este teste foram calculados 2 comparadores "D", com base nos valores de:

$$Z_{.05}(2, 447) = 2,77$$

$$Z_{.05}(3, 447) = 2,92$$

$$r_I = r_J = 150$$

$$QME = 6794,961554$$

Portanto:

$$D_2 = 18,6435 \text{ e } D_3 = 19,6531$$

Foram comparados:

$$X_A - X_B = 3,064 \text{ vs } D_2$$

$$X_A - X_C = 7,867 \text{ vs } D_3$$

$$X_B - X_C = 4,803 \text{ vs } D_2$$

Concluiu-se que, também neste teste, as diferenças entre as médias não são significativas a um nível de 0,05 de probabilidade.

#### 4.5.3 TESTE DO DMS

O valor do DMS foi calculado com base em:

$$t_{(.05;447)} = 1,96$$

$$r_I = r_J = 150$$

$$QME = 6794,961554$$

Então:

$$DMS = 18,6560$$

Este valor foi comparado às diferenças entre as médias:

$$X_A - X_B = 3,064$$

$$X_A - X_C = 7,867$$

$$X_B - X_C = 4,803$$

Também nesse teste, que é o menos rigoroso dos três, não foi constatada diferença significativa entre as médias a um nível  $\alpha = 0,05$  de probabilidade.

Os resultados dos testes aplicados encontram-se sumarizados no QUADRO 11. A convenção a ser observada é que médias seguidas da mesma letra são estatisticamente iguais ao nível de 95% de probabilidade.

QUADRO 11 : Testes de comparação de médias - Quadro resumo

MEDIA	TUKEY	DUNCAN	DMS
$X_A$	a	a	a
$X_B$	a	a	a
$X_C$	a	a	a

O fato de as médias das séries A, B e C não diferirem estatisticamente entre si significa que, para estimar o volume por unidade de área, a partir do conjunto de dados específico deste estudo, pode-se empregar qualquer uma das metodologias apresentadas.

De certo modo essa constatação veio ratificar a validade da etapa seguinte deste trabalho, que consistiu no teste, ajuste e elaboração de modelos de equação de volume por unidade de área para cada série individualmente. É de interesse,

portanto, que os conjuntos de dados utilizados nessas regressões - os volumes por hectare estimados por três formas diferentes - sejam estatisticamente iguais entre si. Isto permite uma melhor e mais correta análise de cada metodologia, desde o início, a partir da estimativa do volume de árvores individuais, até o final, no teste de modelos para a estimativa do volume por unidade de área.

#### 4.6 ESTUDO DE MODELOS PARA ESTIMAR O VOLUME POR UNIDADE DE ÁREA

##### 4.6.1 CORRELAÇÃO LINEAR SIMPLES

A partir dos parâmetros das parcelas e de outras variáveis estimadas, transformadas e combinadas já descritas na metodologia, foi elaborado, para cada série de dados, um estudo de correlações lineares simples, cujos resultados podem ser observados no QUADRO 30 do APÊNDICE.

Indistintamente para as três séries, as variáveis mais altamente correlacionadas com o volume por hectare foram:

- a combinação  $G h_{dom}$  e a combinação  $G \bar{h}$

Em relação ao volume por hectare em sua forma logaritmizada, as variáveis que apresentaram a maior correlação simples foram:

- a combinação  $\log (G h_{dom})$  e a combinação  $\log (G^2 h_{dom})$ .

Tais resultados são similares aos encontrados nos estudos realizados por diversos autores, que salientam sempre a alta correlação existente entre o volume por unidade de área e o produto da área basal e altura dominante.

Quando da elaboração de modelos para estimar o volume

por unidade de área através do processo Stepwise, foram feitas duas seleções distintas, sendo que a primeira envolveu apenas variáveis independentes de correlação simples maior ou igual a 0,7 com a variável dependente. Na segunda seleção todas as variáveis foram submetidas ao processo.

#### 4.7 SÉRIE A - ESTIMATIVAS ATRAVÉS DE EQUAÇÕES DE VOLUME

##### 4.7.1 TESTE DE MODELOS PRÉ-SELECIONADOS DA LITERATURA

Os 16 modelos aritméticos testados apresentaram erros que oscilam entre 1,281% e 24,99%. Dentre eles, os piores modelos quase sempre incluíram  $N$  e  $\bar{d}$  como variáveis independentes. Os modelos que mais se destacaram, numa análise global dos critérios de avaliação, foram os de número 4, 5, 9 e 10, todos apresentando um erro padrão da estimativa em percentagem ( $syx\%$ ) inferior a 3,5%. Vale salientar que a variável  $G$  aparece nos quatro modelos, quer na sua forma original, quer combinada com  $\bar{h}$  ou  $h_{dom}$ . O modelo 9 foi o que apresentou o menor erro médio (1,281%), porém o modelo 10 apresentou uma melhor distribuição gráfica dos resíduos e um erro padrão da estimativa em percentagem ( $syx\%$ ) apenas um pouco maior (1,842%), o que contribuiu para selecioná-lo como o melhor modelo.

O modelo 16, que não se inclui entre os modelos escolhidos, apresentou um erro padrão da estimativa em percentagem ( $syx\%$ ) igual a 3,77%. No entanto, no processo analítico da avaliação dos resíduos, este modelo mostrou-se tendencioso, o que foi comprovado pela análise gráfica.



Os 10 modelos logarítmicos testados apresentaram, em geral, magnitudes de dispersão dos resíduos em percentagem sempre maiores do que as dos modelos aritméticos, o mesmo acontecendo em relação aos erros médios, que oscilaram entre 2,34% e 21,14%. Foram escolhidos, neste grupo, os modelos 1, 2, 6 e 8, todos com apenas uma(1) variável independente. Os dois primeiros apresentaram níveis de precisão bastante bons, mas foram superados pelos dois últimos que, além de possuírem uma distribuição mais homogênea dos resíduos, apresentaram erros inferiores a 2,7%. O critério decisivo na escolha do melhor modelo foi a uniformidade da distribuição dos resíduos, em função do quê, optou-se pelo modelo 8. O ajuste obtido com este modelo pode ser observado na FIGURA 16.

Nos QUADROS 12 e 13 encontram-se os coeficientes, estimadores de ajuste e precisão e valores da probabilidade cumulativa referentes aos melhores modelos aritméticos e logarítmicos testados, respectivamente.

A FIGURA 14 mostra a distribuição dos resíduos percentuais em função do volume observado referente ao modelo aritmético 10, escolhido como o melhor, enquanto que a FIGURA 15 representa o modelo aritmético 16, podendo-se observar claramente a sua tendenciosidade.

QUADRO 12: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos melhores modelos aritméticos testados - Série A

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>VX</sub>	S <sub>VX</sub> (%)	F	"Z"
4) $V=b_0+b_1 \bar{G}\bar{h}$	$b_0=11,36057$ $b_1=0,486108$	0,980483	11,66984	3,483	7486,254	-1,2337
5) $V=b_0+b_1 Gh_{dom}$	$b_0=2,359555$ $b_1=0,4108673$	0,992648	7,16256	2,138	20117,620	-0,7353
9) $V=b_0+b_1 G+b_2 \bar{h}+b_3 \bar{G}\bar{h}$	$b_0=169,7405$ $b_1=-2,190212$ $b_2=-12,630$ $b_3=0,6637496$	0,997358	4,29341	1,281	18751,880	0,0192
10) $V=b_0+b_1 G+b_2 h_{dom}+b_3 Gh_{dom}$	$b_0=-111,2081$ $b_1=3,460928$ $b_2=6,512159$ $b_3=0,2074663$	0,994541	6,17179	1,842	9049,486	-1,2112

QUADRO 13: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos melhores modelos logarítmicos testados - Série A

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>VX</sub>	Ind.M.	F	"Z"
1) $\log V = \log b_0 + b_1 \log G$	$\log b_0 = 0,578315$ $b_1 = 1,142899$	0,968505	0,02118	4,878	4582,932	-1,8756
2) $\log V = \log b_0 + b_1 \log G^2$	$\log b_0 = 0,5783148$ $b_1 = 0,5714496$	0,968505	0,02118	4,878	4582,926	-1,8756
6) $\log V = \log b_0 + b_1 \log G^2 h_{dom}$	$\log b_0 = 0,03016565$ $b_1 = 0,5410242$	0,990510	0,01163	2,678	15552,030	-1,0847
8) $\log V = \log b_0 + b_1 \log G h_{dom}$	$\log b_0 = -0,4112986$ $b_1 = 1,009632$	0,992747	0,01017	2,341	20395,440	-1,0650

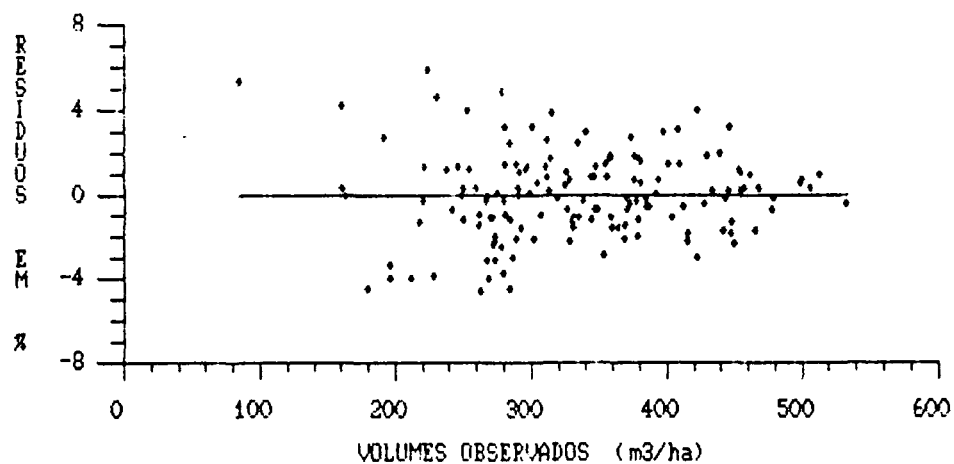


FIGURA 14: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético 10 - Série A

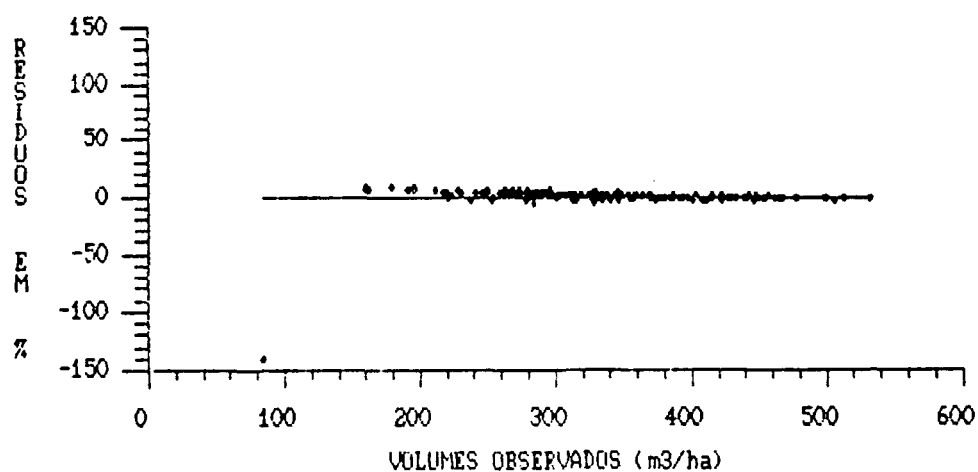


FIGURA 15: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético 16 - Série A

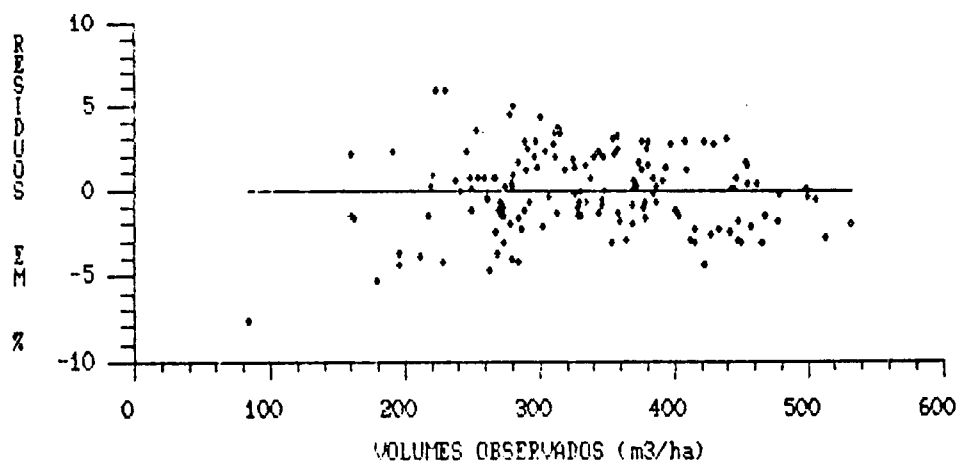


FIGURA 16: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico.8 - Série A

4.7.2 ELABORAÇÃO DE MODELOS ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE - CONJUNTO DE VARIÁVEIS INDEPENDENTES COM CORRELAÇÃO SIMPLES  $r \geq 0,7$  COM A VARIÁVEL DEPENDENTE

#### 4.7.2.1 MODELOS DE NATUREZA ARITMÉTICA

Ao se submeter um conjunto de variáveis na forma aritmética ao processo Stepwise de seleção de variáveis, foram obtidos níveis de precisão muito bons, onde o modelo mínimo, com uma(1) variável, apresentou um erro padrão da estimativa em

percentagem (syx%) igual a 2,14% e o melhor modelo, com 4 variáveis, um erro de 0,73%. Com exceção do modelo com duas variáveis, que mostrou-se tendencioso conforme o valor encontrado para a probabilidade cumulativa, os demais modelos são recomendados para a estimativa do volume por unidade de área. Pode-se optar pela praticidade, utilizando um modelo com uma(1) variável ou aumentar a precisão, empregando modelos com 3 ou 4 variáveis independentes. Os resultados obtidos através do processo Stepwise de seleção de variáveis para os modelos aritméticos podem ser observados no QUADRO 14.

A FIGURA 17 apresenta a distribuição dos resíduos percentuais referentes ao modelo com 4 variáveis independentes.

#### 4.7.2.2 MODELOS DE NATUREZA SEMI-LOGARÍTMICA

Nesse caso as variáveis submetidas ao processo Stepwise eram variáveis aritméticas e logarítmicas em conjunto. A primeira variável escolhida para compôr o modelo foi uma variável na forma aritmética ( $G * h_{dom}$ ), exatamente a mesma que entrou na composição do modelo de natureza aritmética com uma(1) variável independente. A partir da inclusão da segunda variável é que ficou caracterizado um modelo de natureza semi-logarítmica. Este modelo com 2 variáveis obteve um erro padrão da estimativa em percentagem (syx%) de 1,6644% e a análise dos resíduos comprovou que ele não é tendencioso, conforme pode-se observar na FIGURA 18. Na verdade, ao se analisar o gráfico de distribuição dos resíduos em percentagem em função do volume observado, pode-se constatar que este modelo é melhor do que aqueles com 3 e com 4 variáveis independentes que, apesar de

QUADRO 14: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos aritméticos obtidos através do processo Stepwise - Série A

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>VX</sub>	S <sub>VX</sub> (%)	F	"Z"
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}$	$b_0=2,355595$ $b_1=0,4108673$	0,992648	7,16256	2,138	20117,620	-0,7353
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}+b_2 G\bar{h}$	$b_0=2,954296$ $b_1=0,2892522$ $b_2=0,146994$	0,995327	5,71008	1,704	15869,910	-2,0025
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}+b_2 G\bar{h}+b_3 G\bar{h}^2$	$b_0=-5,149966$ $b_1=0,1993389$ $b_2=0,3746709$ $b_3=-0,007969328$	0,997383	4,27358	1,275	18926,770	-0,7044
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}+b_2 G\bar{h}+b_3 G\bar{h}^2+b_4 Gh_{dom}^2$	$b_0=8,287646$ $b_1=-0,5399419$ $b_2=1,191458$ $b_3=-0,03463594$ $b_4=0,02124627$	0,994145	2,44202	0,729	43548,990	0,6102

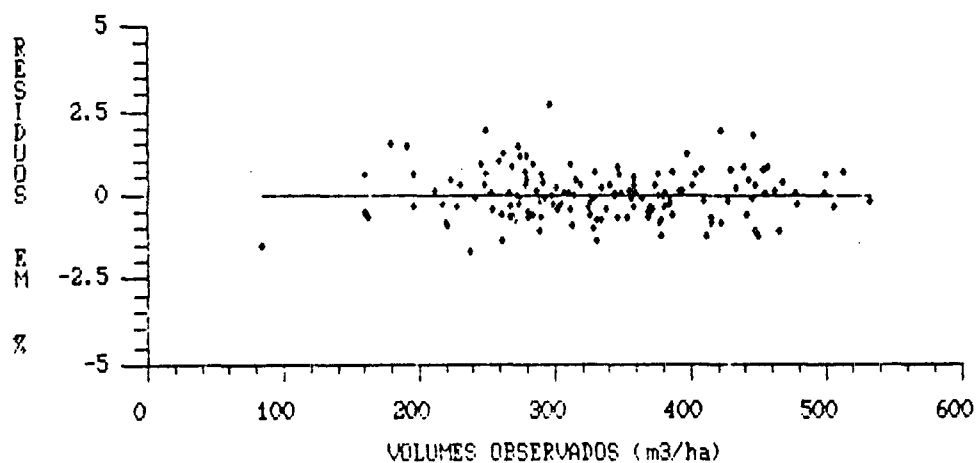


FIGURA 17: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série A

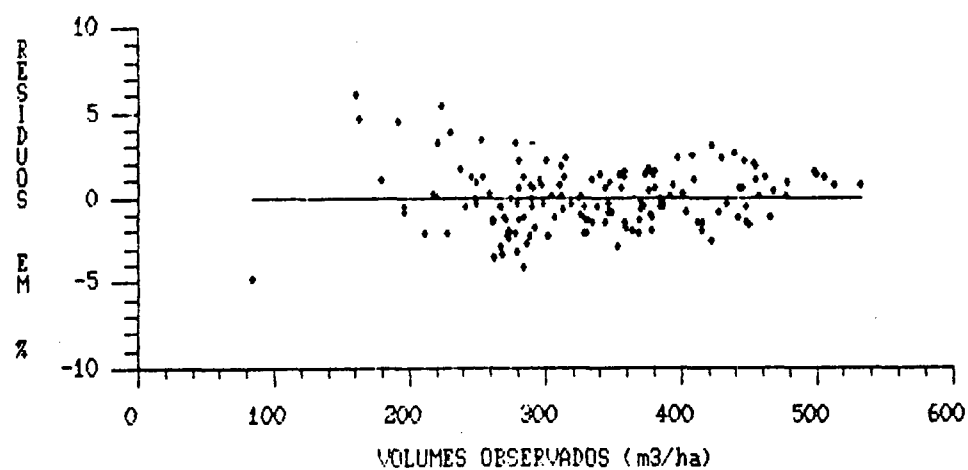


FIGURA 18: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo semi-logarítmico com 2 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série A



apresentarem maiores níveis de precisão - 1,40% e 1,03% de erro, respectivamente - não possuem uma distribuição tão uniforme dos resíduos.

A análise gráfica, aqui, foi um fator decisivo na escolha do melhor modelo, mesmo porque os parâmetros que indicam a precisão apresentaram, em relação aos 4 modelos, valores muito próximos entre si. A distribuição residual do modelo semi-logarítmico com 4 variáveis independentes pode ser observada na FIGURA 19.

No QUADRO 15 podem ser encontrados os modelos semi-logarítmicos obtidos pelo processo, bem como seus respectivos coeficientes, estimadores de ajuste e precisão e valores da probabilidade cumulativa.

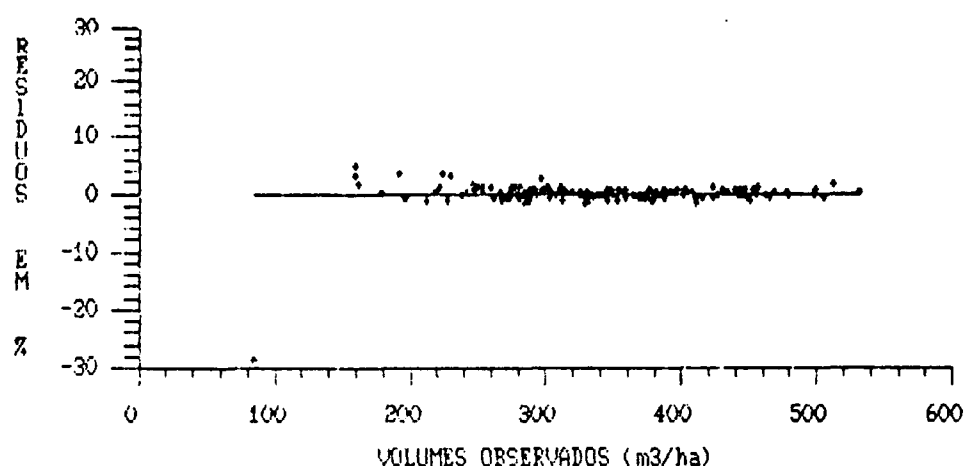


FIGURA 19: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo semi-logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série A

QUADRO 15: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos semi-logarítmicos obtidos através do processo Stepwise - Série A

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>VX</sub>	ε <sub>VX</sub> (%)	F	"Z"
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}$	$b_0=2,355595$ $b_1=0,4108673$	0,992648	7,16256	2,138	20117,620	-0,7353
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}+b_2 \log G^2\bar{h}$	$b_0=-348,5639$ $b_1=0,3103436$ $b_2=96,10001$	0,995543	5,57658	1,664	16642,390	-1,5260
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}+b_2 \log G^2\bar{h}+b_3 G^2\bar{h}$	$b_0=-339,8017$ $b_1=0,2276549$ $b_2=101,2229$ $b_3=0,00099590$	0,996840	4,69547	1,401	15670,050	-1,0330
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}+b_2 \log G^2\bar{h}+b_3 G^2\bar{h}+b_4 G^2h_{dom}$	$b_0=-177,4576$ $b_1=0,3542991$ $b_2=50,01694$ $b_3=0,00413653$ $b_4=-0,0033893$	0,998277	3,46767	1,035	21579,060	-1,5260

#### 4.7.2.3 MODELOS DE NATUREZA LOGARÍTMICA

Nesta série foram elaborados modelos logarítmicos com uma, duas, três e quatro variáveis independentes. A análise dos resíduos, tanto no processo gráfico como no processo analítico, comprovou que todos os modelos são não-tendenciosos. Os níveis de precisão atingidos com uma(1) e com duas variáveis foram bastante satisfatórios, porém com a inclusão de uma terceira variável independente houve um decréscimo significativo no valor do Índice de Meyer em percentagem - de 2,20% para 0,80% - caindo ainda mais com a inclusão da quarta variável. O modelo com quatro variáveis independentes foi, portanto, o melhor dos quatro com relação a todos os estimadores de precisão, obtendo um erro de 0,42%, um valor de  $R^2$  igual a 0,9997 e um gráfico onde os resíduos percentuais se apresentam de forma aleatória.

Os resultados obtidos para os modelos elaborados nesta fase podem ser observados no QUADRO 16. A FIGURA 20 representa a distribuição dos resíduos percentuais em função do volume observado para o modelo com quatro variáveis independentes.

QUADRO 16: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos logarítmicos obtidos através do processo Stepwise - Série A

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>yx</sub>	Ind.M.	F	"Z"
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G h_{dom}$	$\log b_0 = -0,4112986$ $b_1 = 1,009632$	0,9927	0,0102	2,341	20395	-1,06
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G h_{dom} + b_2 \log G^2 h_{dom}$	$\log b_0 = -0,2574444$ $b_1 = 0,6473274$ $b_2 = 0,1951414$	0,9937	0,0094	2,199	11822	-0,99
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G h_{dom} + b_2 \log G^2 h_{dom} + b_3 \log G^2 N$	$\log b_0 = 0,8028906$ $b_1 = -1,031256$ $b_2 = 1,246162$ $b_3 = -0,1531487$	0,9991	0,0035	0,803	58163	-0,86
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G h_{dom} + b_2 \log G^2 h_{dom} + b_3 \log G^2 N + b_4 \log G^2 h$	$\log b_0 = 1,009129$ $b_1 = -1,36041$ $b_2 = 1,549163$ $b_3 = -0,1812842$ $b_4 = -0,1011752$	0,9998	0,0018	0,424	156786	0,89

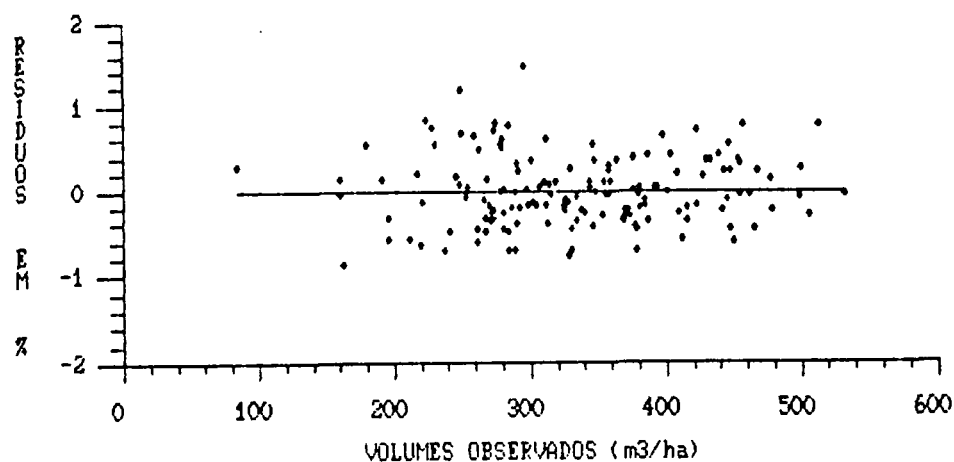


FIGURA 20: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série A

#### 4.7.3 ELABORAÇÃO DE MODELOS ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE - CONJUNTO DE TODAS AS VARIÁVEIS INDEPENDENTES

No item 4.7.2 o conjunto das variáveis submetidas ao processo Stepwise limitou-se somente àquelas cuja correlação simples  $r$  com a variável dependente fosse maior ou igual a 0,7. Resolveu-se, então, analisar o comportamento de modelos elaborados pelo mesmo processo de seleção de variáveis, mas desta vez, estando disponíveis todas as variáveis independentes testadas neste estudo, ou seja, inclusive aquelas cuja

correlação simples com a variável dependente é menor que 0,7.

Uma vez que no processo stepwise a primeira variável a entrar no modelo é a de maior correlação simples com a variável dependente e também pelo fato de os melhores modelos aritméticos e logarítmicos do item 4.7.2 serem aqueles compostos por quatro variáveis independentes, optou-se por elaborar, testar e comparar, nesta fase, apenas modelos de natureza aritmética e logarítmica com três e com quatro variáveis independentes.

#### 4.7.3.1 MODELOS DE NATUREZA ARITMÉTICA

Os modelos com três e com quatro variáveis elaborados nesta fase diferem daqueles obtidos no item 4.7.2.1 pelo fato de terem incluído uma terceira variável independente, de correlação simples  $r < 0,7$  com a variável dependente.

Para os dois modelos obtidos, os níveis de precisão foram bastante altos, com erros inferiores a 0,9%, conforme pode-se verificar no QUADRO 17. O modelo com quatro variáveis independentes foi selecionado por apresentar os melhores estimadores de precisão, além de uma distribuição mais uniforme dos resíduos, que pode ser visualizada na FIGURA 21.

QUADRO 17: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos aritméticos e logarítmicos com 3 e com 4 variáveis independentes obtidos através do processo Stepwise - Série A

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	t		F	"t"
			s <sub>yx</sub>	s <sub>yx</sub> (%)		
$V = b_0 + b_1 \bar{h}^2 + b_2 \bar{Gh} + b_3 \bar{Gh}_{dom}$	$b_0 = 28,71938$ $b_1 = -0,1691572$ $b_2 = 0,3392044$ $b_3 = 0,1360609$	0,9988	2,884	0,861	41615	-1,3850
$V = b_0 + b_1 \bar{h}^2 + b_2 \bar{Gh} + b_3 \bar{Gh}_{dom} + b_4 \bar{G}^2N$	$b_0 = 28,70648$ $b_1 = -0,2005865$ $b_2 = 0,376603$ $b_3 = 0,1213884$ $b_4 = 0,1397035E-05$	0,9993	2,272	0,678	50333	-0,0274
$\log V = \log b_0 + b_1 \log \bar{G} + b_2 \log \bar{N} + b_3 \log \bar{Gh}_{dom}$	$\log b_0 = 1,663224$ $b_1 = 1,232885$ $b_2 = -0,3433024$ $b_3 = 0,1199341$	0,9992	0,003	0,776	62265	-4,3364
$\log V = \log b_0 + b_1 \log \bar{G} + b_2 \log \bar{N} + b_3 \log \bar{Gh}_{dom} + b_4 \log \bar{Gh}$	$\log b_0 = 2,057329$ $b_1 = 1,468449$ $b_2 = -0,4179619$ $b_3 = 0,06356356$ $b_4 = -0,1143714$	0,9999	0,001	0,160	1101173	0,5558

\* Índice de Meyer para modelos logarítmicos

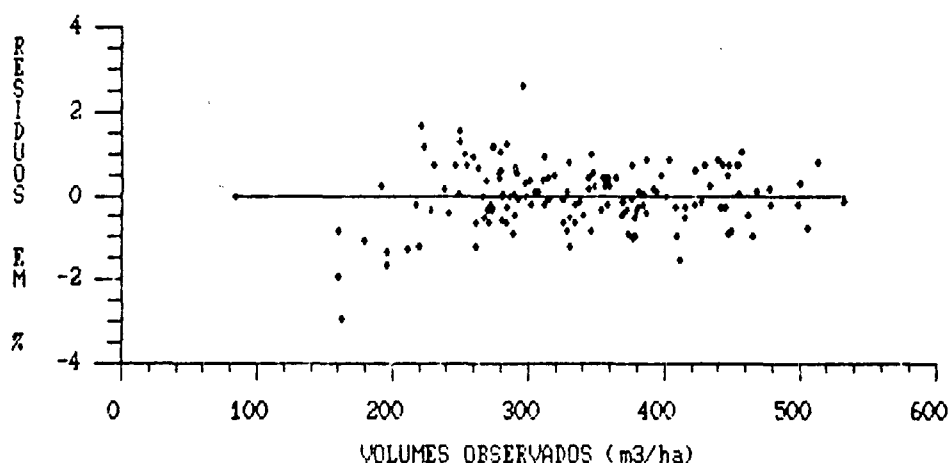


FIGURA 21: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série A

#### 4.7.3.2 MODELOS DE NATUREZA LOGARÍTMICA

O modelo com três variáveis independentes apresentou um erro padrão da estimativa em percentagem ( $syx\%$ ) igual a 0,776%, o que denota alta precisão. No entanto o teste de "corrida de sinais" que fornece o valor da probabilidade cumulativa, revelou ser este modelo bastante tendencioso. A análise gráfica, por sua vez, comprovou este resultado, pois a distribuição dos resíduos obedece a certo padrão que se repete, com concentrações de pontos ora acima, ora abaixo da linha de nulidade. Portanto o modelo escolhido foi aquele com quatro variáveis independentes, cujo erro médio, aqui representado pelo Índice de Meyer, foi extremamente baixo - 0,16% - conforme pode-se observar no QUADRO 17. Além de uma distribuição bem homogênea ao longo da amplitude de volumes



observados, os resíduos em percentagem apresentaram uma magnitude de dispersão bastante reduzida, situando-se entre -0,48% e +0,42%. A distribuição dos resíduos percentuais encontra-se na FIGURA 22. O valor da probabilidade cumulativa apenas comprova que o modelo não é tendencioso, conforme já havia sido constatado pela análise gráfica.

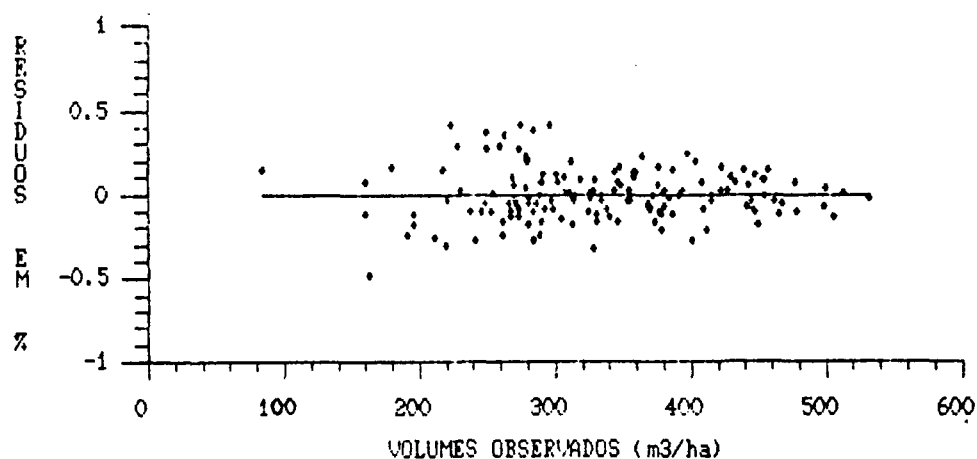


FIGURA 22: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série A

#### 4.8 SÉRIE B - ESTIMATIVAS ATRAVÉS DE FUNÇÃO DE FORMA POR CLASSE DE DIÂMETRO

##### 4.8.1 TESTE DE MODELOS PRÉ-SELECIONADOS DA LITERATURA

Dentre os 16 modelos aritméticos testados para esta série foram selecionados, a priori, os de número 1, 4, 5, 8, 9 e 10, cujos erros foram inferiores a 5,1% e cujos valores da probabilidade cumulativa revelaram a sua não-tendenciosidade, conforme pode-se observar no QUADRO 18. No entanto, um segundo exame eliminou os modelos 1 e 4. O modelo 1 apresentou uma distribuição dos resíduos em percentagem mais concentrada nos valores negativos, o que sugere a existência de superestimativas ao longo da amplitude dos volumes observados. Já o modelo 4 apresentou concentrações de pontos residuais que obedecem a um determinado padrão, causando, a intervalos regulares, superestimativas e subestimativas.

O modelo 5, assim como aconteceu na série A, apresentou um alto nível de precisão ( $syx\% = 2,095$ ) e uma boa distribuição dos resíduos em percentagem. O modelo 8, embora com um erro padrão da estimativa em percentagem ( $syx\%$ ) igual a 5,028% e uma distribuição de resíduos levemente concentrada nos valores negativos, possui a vantagem de ser composto por duas variáveis - a área basal na sua forma linear ( $G$ ) e quadrática ( $G^2$ ) - de fácil obtenção no campo.

Os modelos 9 e 10 possuem pouca diferença no que se refere aos estimadores de precisão, sendo que o modelo 9 apresenta um erro de 1,44% contra 2,04% do modelo 10. No entanto, conforme já ocorreu na Série A, na análise gráfica

QUADRO 18: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos melhores modelos aritméticos testados - Série B

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>VX</sub>	S <sub>VX</sub> (%)	F	"Z"
1)V=b <sub>0</sub> +b <sub>1</sub> G	b <sub>0</sub> =-40,33076 b <sub>1</sub> =7,401716	0,958773	16,84793	5,075	3466,140	-1,8756
4)V=b <sub>0</sub> +b <sub>1</sub> G $\bar{h}$	b <sub>0</sub> =9,799577 b <sub>1</sub> =0,4838509	0,984482	10,33653	3,114	9453,698	-0,3906
5)V=b <sub>0</sub> +b <sub>1</sub> Gh <sub>dom</sub>	b <sub>0</sub> =1,45561 b <sub>1</sub> =0,4081998	0,992971	6,95676	2,095	21049,500	-1,5547
8)V=b <sub>0</sub> +b <sub>1</sub> G+b <sub>2</sub> G <sup>2</sup>	b <sub>0</sub> =-1,0313 b <sub>1</sub> =5,745301 b <sub>2</sub> =0,01661199	0,959532	16,69211	5,028	1767,465	-1,5819
9)V=b <sub>0</sub> +b <sub>1</sub> G+b <sub>2</sub> $\bar{h}$ +b <sub>3</sub> G $\bar{h}$	b <sub>0</sub> =164,2235 b <sub>1</sub> =-2,624104 b <sub>2</sub> =-11,92928 b <sub>3</sub> =0,686338	0,996667	4,79036	1,443	14853,240	1,1871
10)V=b <sub>0</sub> +b <sub>1</sub> G+b <sub>2</sub> h <sub>dom</sub> +b <sub>3</sub> Gh <sub>dom</sub>	b <sub>0</sub> =-42,45026 b <sub>1</sub> =1,500793 b <sub>2</sub> =2,429047 b <sub>3</sub> =0,3212019	0,993365	6,75888	2,036	7436,939	-1,1974

constatou-se que no modelo 10 os resíduos se apresentam de maneira bastante homogênea, ao passo que no modelo 9 existe uma clara tendência de superestimativas nas classes inferiores de volume. As FIGURAS 23 e 24 representam a distribuição dos resíduos dos modelos 9 e 10, respectivamente. O modelo 10, que foi selecionado como o melhor é também conhecido como "Fórmula Australiana".

Entre os 10 modelos logarítmicos estudados, destacaram-se os de número 1, 2, 5, 6 e 8. Os modelos 1 e 2, embora apresentassem um erro maior que o dos demais, foram incluídos entre os melhores devido à sua praticidade, pois ambos contêm apenas uma(1) variável independente,  $\log G$  e  $\log G^2$ , para os modelos 1 e 2, respectivamente.

O modelo 5 apresentou um Índice de Meyer igual a 3,6254%, o que o coloca como o terceiro melhor modelo. Contudo, os modelos 6 e 8, além de serem mais precisos, possuem uma melhor distribuição dos resíduos em percentagem. O modelo 8 foi considerado superior ao modelo 6 por possuir o menor erro (Índice de Meyer= 2,37%), o maior valor de F e por sua análise gráfica dos resíduos ter revelado uma homogeneidade bem maior ao longo da amplitude dos volumes observados.

No QUADRO 19 estão relacionados os melhores modelos logarítmicos e seus respectivos coeficientes e estimadores de ajuste e precisão. A FIGURA 25 representa a distribuição dos resíduos percentuais em função dos volumes observados para o modelo 8.

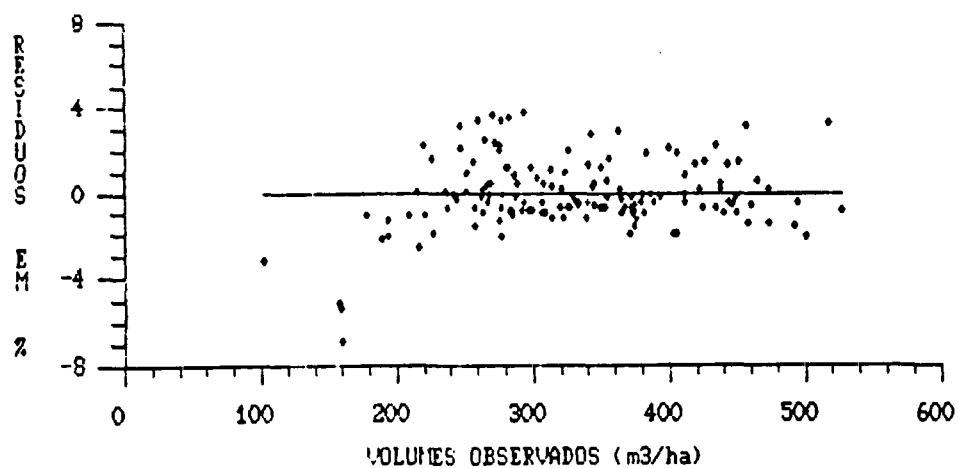


FIGURA 23: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético 9 - Série B

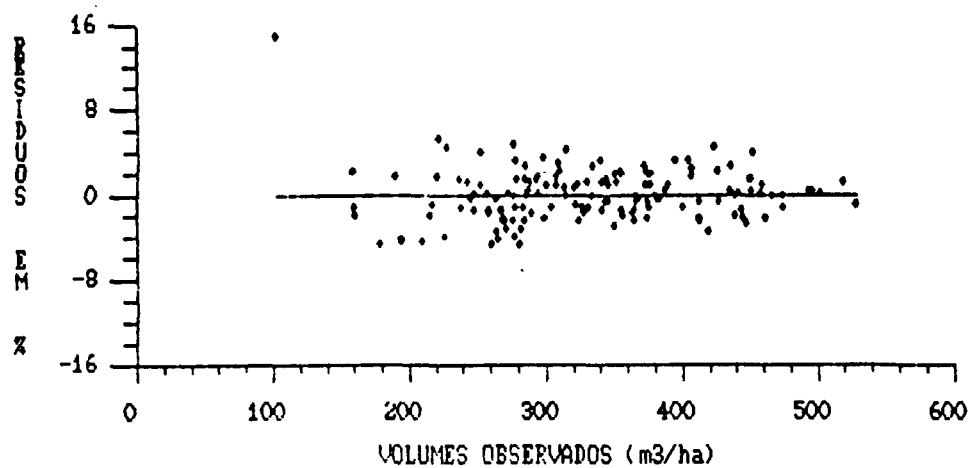


FIGURA 24: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético 10 - Série B

QUADRO 19: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos melhores modelos logarítmicos testados - Série 3

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>yx</sub>	Ind.M.	F	"Z"
1) $\log V = \log b_0 + b_1 \log G$	$\log b_0 = 0,61333713$ $b_1 = 1,119942$	0,962461	0,02273	5,235	3261,185	-1,5334
2) $\log V = \log b_0 + b_1 \log G^2$	$\log b_0 = 0,613371$ $b_1 = 0,559971$	0,962461	0,02273	5,2346	3821,180	-1,5334
3) $\log V = \log b_0 + b_1 \log G^{2\sqrt{n}}$	$\log b_0 = 0,09584773$ $b_1 = 0,535836$	0,981994	0,01574	3,625	8126,786	-1,0749
4) $\log V = \log b_0 + b_1 \log G^{2\sqrt{n}} \log b_0 = 0,07244673$ $b_1 = 0,5309626$	$\log b_0 = 0,07244673$ $b_1 = 0,5309626$	0,987419	0,01316	3,030	11695,460	-0,4428
5) $\log V = \log b_0 + b_1 \log G^{2\sqrt{n}} \log G^{2\sqrt{n}}$	$\log b_0 = -0,364668$ $b_1 = 0,9922216$	0,992324	0,01028	2,367	19261,780	-1,5547

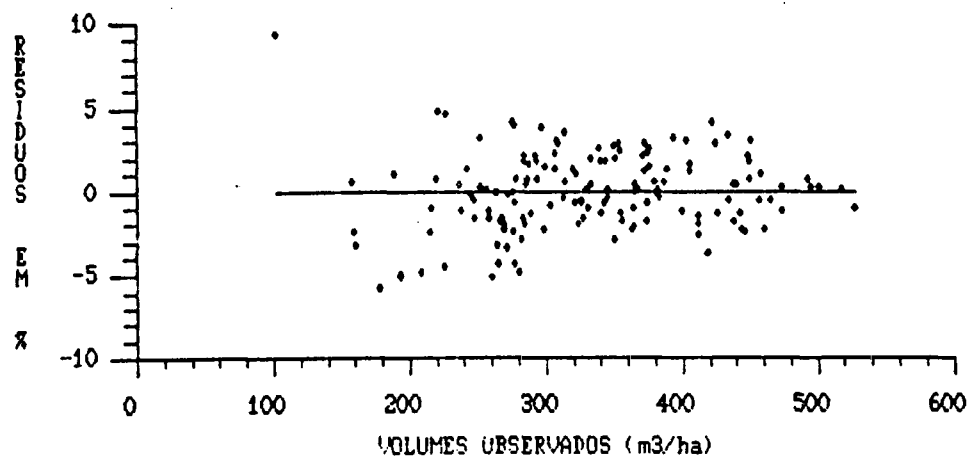


FIGURA 25: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico 8 - Série B

#### 4.8.2 ELABORAÇÃO DE MODELOS ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE - CONJUNTO DE VARIÁVEIS INDEPENDENTES COM CORRELAÇÃO SIMPLES $r \geq 0,7$ COM A VARIÁVEL DEPENDENTE

##### 4.8.2.1 MODELOS DE NATUREZA ARITMÉTICA

Os modelos elaborados para esta série, com uma, duas, três e até quatro variáveis independentes, foram exatamente os mesmos obtidos para a Série A. Aqui também o modelo com duas variáveis mostrou-se tendencioso no que se refere à aleatoriedade na distribuição dos resíduos, o que foi constatado tanto gráfica como analiticamente.

Os níveis de precisão atingidos por todos os modelos foram bastante bons, com valores do erro padrão da estimativa

em percentagem (syx%) oscilando entre 2,09% (para o modelo com uma(1) variável independente) e 0,88% (para o modelo com quatro variáveis independentes). Todos os estimadores de ajuste e precisão apontam este último como o melhor modelo, inclusive no que se refere à magnitude de dispersão dos resíduos em percentagem, que situou-se entre -2,12% e +3,12%. No QUADRO 20 podem ser observados os modelos aritméticos elaborados e seus respectivos coeficientes e estimadores de ajuste e precisão. A FIGURA 26 representa a distribuição dos resíduos percentuais em função do volume observado para o modelo com quatro variáveis independentes.

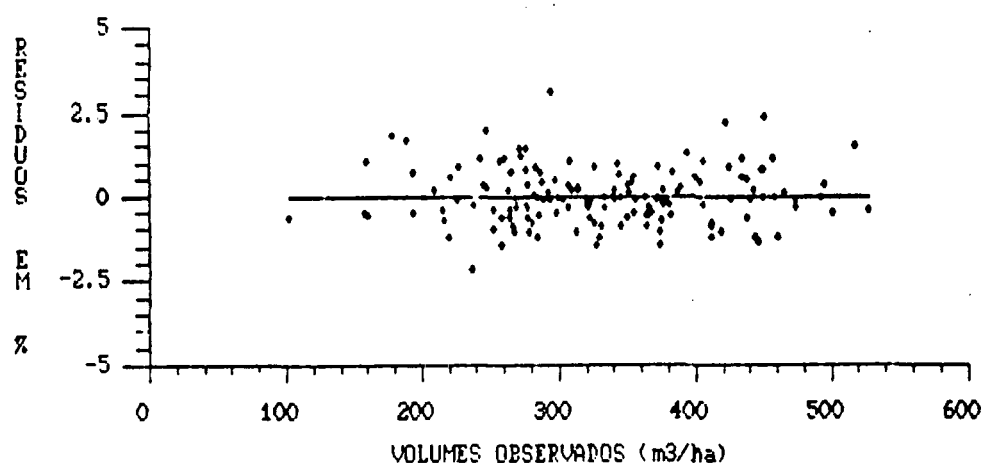


FIGURA 26: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série B



QUADRO 20: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão aos modelos aritméticos obtidos através do processo Stepwise - Série F

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>yx</sub>	S <sub>yx</sub> (%)	F	"Z"
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}$	$b_0=1,45561$ $b_1=0,4081998$	0,992971	5,95676	2,096	21049,500	-1,5547
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}+b_2 Gh$	$b_0=2,167599$ $b_1=0,2626094$ $b_2=0,1759725$	0,996888	4,62922	1,394	23862,500	-2,3510
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}+b_2 Gh+b_3 Gh^2$	$b_0=-1,71669$ $b_1=0,2195148$ $b_2=0,2850956$ $b_3=-0,003819616$	0,997352	4,26974	1,286	18708,800	-0,4012
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}+b_2 Gh+b_3 Gh^2+b_4 Gh_{dom}^2$	$b_0=10,24849$ $b_1=-0,4387591$ $b_2=1,012383$ $b_3=-0,02756423$ $b_4=0,0189182$	0,998765	2,91623	0,878	30121,270	-0,3796

## 4.8.2.2 MODELOS DE NATUREZA SEMI-LOGARÍTMICA

Nesta série, apenas com a inclusão da terceira variável independente é que ficou caracterizado um modelo de natureza semi-logarítmica. O erro padrão da estimativa em percentagem ( $syx\%$ ) dos modelos com três e quatro variáveis foi igual a 0,95% e 0,92%, respectivamente, conforme pode-se observar no QUADRO 21. Na verdade, a inclusão da quarta variável pouco ou nenhum, acréscimo trouxe no que se refere à precisão. No entanto, a análise gráfica demonstrou que o modelo máximo possui uma melhor distribuição dos resíduos em percentagem. Vale salientar que, dentre as três séries estudadas, esta foi a única em que o melhor modelo escolhido incluiu o número de árvores por hectare combinado com o quadrado da área basal ( $G^2N$ ) como variável dependente. Na FIGURA 27 pode-se observar a boa distribuição dos resíduos percentuais em função do volume observado para este modelo.

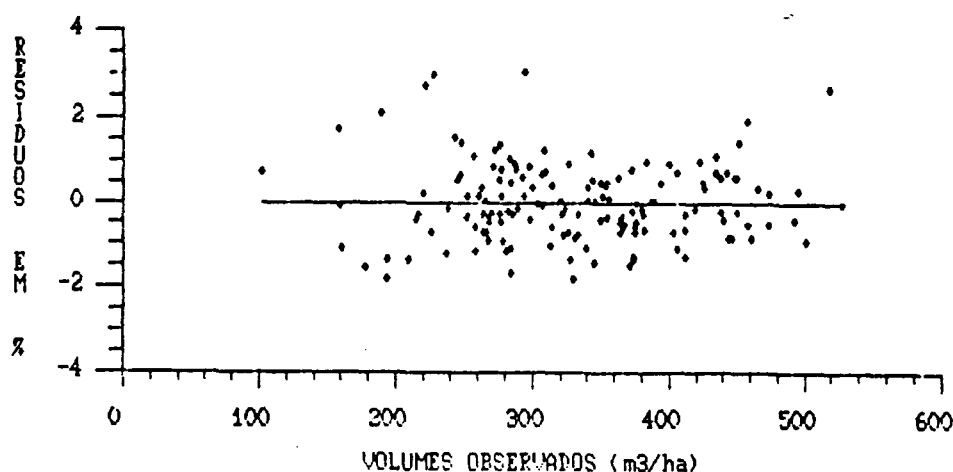


FIGURA 27: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo semi-logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série B

QUADRO 21: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos semi-logarítmicos obtidos através do processo Stepwise - Série B

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>yx</sub>	S <sub>yx</sub> (%)	F	"Z"
$V=b_0+b_1 \ln h_{dom}$	$b_0=1,455561$ $b_1=0,4081998$	0,9930	6,9568	2,096	21049,500	-1,5547
$V=b_0+b_1 \ln h_{dom}+b_2 \ln \bar{h}$	$b_0=2,167599$ $b_1=0,2626094$ $b_2=0,1759725$	0,9969	4,6292	1,394	23862,500	-2,3510
$V=b_0+b_1 \log G^2 \bar{h}+b_2 \ln \bar{h}+b_3 \log G^2 h_{dom}$	$b_0=-76,31007$ $b_1=-266,8897$ $b_2=0,4707357$ $b_3=282,6202$	0,9986	3,1409	0,946	34613,770	-1,2337
$V=b_0+b_1 \log G^2 \bar{h}+b_2 \ln \bar{h}+b_3 \log G^2 h_{dom}+b_4 G^2 N$	$b_0=-94,09818$ $b_1=-264,2775$ $b_2=0,4720694$ $b_3=284,3564$ $b_4=-5,241144E-07$	0,9986	3,0642	0,923	27278,410	-0,8279

#### 4.8.2.3 MODELOS DE NATUREZA LOGARÍTMICA

Nesta fase do estudo o primeiro fato a chamar a atenção foi a tendenciosidade dos modelos com duas e com três variáveis independentes, constatada apenas através do teste de "corridas de sinais", pois, ao se analisar os gráficos correspondentes não se observou, aparentemente, nenhuma tendenciosidade. Uma vez que o procedimento analítico é mais consistente e menos subjetivo do que a análise gráfica, esses dois modelos foram sumariamente eliminados da seleção.

O modelo com 1 variável independente apresentou 2,37% de erro, havendo um substancial aumento na precisão quando se trata do modelo com quatro variáveis, que obteve um erro médio igual a 0,66% e uma distribuição dos resíduos percentuais bem mais uniforme do que a do modelo mínimo. Os modelos logarítmicos elaborados e seus respectivos coeficientes e estimadores de ajuste e precisão encontram-se no QUADRO 22. A distribuição dos resíduos percentuais do melhor modelo (com quatro variáveis independentes) pode ser observada na FIGURA 28.

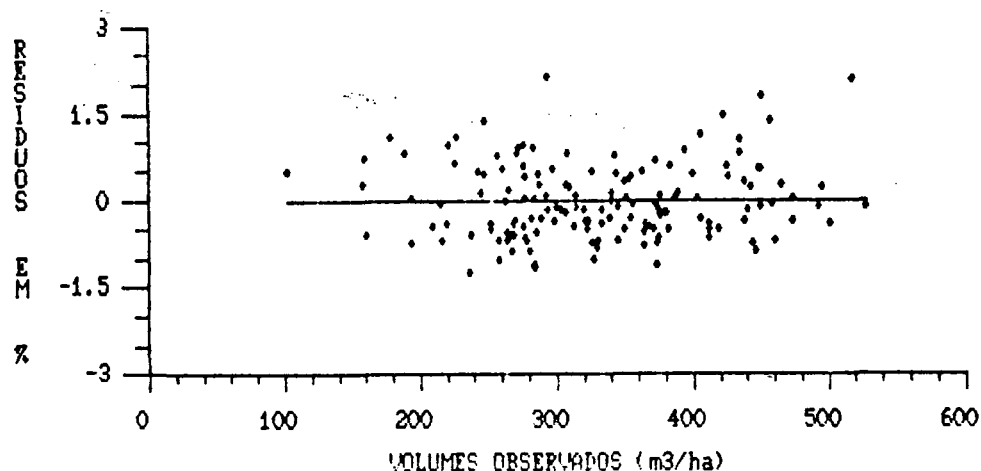


FIGURA 28: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série B

QUADRO 22: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos logarítmicos obtidos através do processo Stepwise - Série B

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>VX</sub>	Ind.M.	F	"Z"
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G h_{\text{dom}}$	$\log b_0 = -0,364668$ $b_1 = 0,9922216$	0,9923	0,0103	2,367	19262	-1,665
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G h_{\text{dom}} + b_2 \log G \bar{h}$	$\log b_0 = -0,3748883$ $b_1 = 0,7751619$ $b_2 = 0,2272835$	0,9964	0,0070	1,612	20847	-2,312
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G h_{\text{dom}} + b_2 \log G \bar{h} + b_3 \log G$	$\log b_0 = -0,3094088$ $b_1 = 0,706536$ $b_2 = 0,2247749$ $b_3 = 0,08290878$	0,9966	0,0068	1,573	14600	-2,032
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G h_{\text{dom}} + b_2 \log G \bar{h} + b_3 \log G + b_4 \log G^2 N$	$\log b_0 = 0,5517764$ $b_1 = 0,2929105$ $b_2 = 0,1234238$ $b_3 = 0,9339328$ $b_4 = -0,1227292$	0,9994	0,0029	0,663	61746	-0,735

#### 4.8.3 ELABORAÇÃO DE MODELOS ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE - CONJUNTO DE TODAS AS VARIÁVEIS INDEPENDENTES

##### 4.8.3.1 MODELOS DE NATUREZA ARITMÉTICA

Ambos os modelos elaborados nesta fase são não-tendenciosos, fato este comprovado tanto pelo processo gráfico quanto pelo analítico. Os níveis de precisão, que podem ser observados no QUADRO 23, foram bastante bons, obtendo-se 1,049% e 0,793% de erro para os modelos com três e com quatro variáveis independentes, respectivamente. Assim como já ocorreu na Série A, novamente foram incluídos nestes modelos, variáveis cujo coeficiente de correlação linear com a variável dependente é menor que 0,7.

Além da maior precisão, o modelo com quatro variáveis apresentou também uma distribuição dos resíduos percentuais bastante homogênea, cuja magnitude de dispersão concentrou-se entre os valores de -1,62% e +2,86%. Na FIGURA 29 pode ser observado o gráfico da distribuição dos resíduos percentuais deste último modelo.

A FIGURA 30 mostra a distribuição dos resíduos percentuais para o modelo logarítmico com quatro variáveis independentes que, quando comparada à do modelo aritmético, mostra-se menos homogênea e uniforme.

QUADRO 23: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos aritméticos e logarítmicos com 3 e com 4 variáveis independentes obtidos através do processo Stepwise - Série R

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>VX</sub>	<sup>‡</sup> S <sub>VX</sub> (%)	F	"Z"
$V = b_0 + b_1 \bar{h}^2 + b_2 G\bar{h} + b_3 Gh_{dom}$	$b_0 = 18,16617$ $b_1 = -0,1050365$ $b_2 = 0,2953236$ $b_3 = 0,1674868$	0,9982	3,4822	1,049	28152	-1,323
$V = b_0 + b_1 \bar{h}^2 + b_2 G\bar{h} + b_3 Gh_{dom} + b_4 G^2N$	$b_0 = 18,14963$ $b_1 = -0,1453369$ $b_2 = 0,3432783$ $b_3 = 0,1486728$ $b_4 = -1,791358E-06$	0,9990	2,6313	0,793	37007	-0,498
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G\bar{h} + b_2 \log \bar{d}^2\bar{h} + b_3 \log Gh_{dom}$	$\log b_0 = -0,38726$ $b_1 = 0,2013513$ $b_2 = 0,0150052$ $b_3 = 0,7859388$	0,9966	0,0068	1,570	14613	-1,267
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G\bar{h} + b_2 \log \bar{d}^2\bar{h} + b_3 \log Gh_{dom} + b_4 \log G$	$\log b_0 = -8,794E-03$ $b_1 = 0,03277684$ $b_2 = 0,1025575$ $b_3 = 0,3765136$ $b_4 = 0,5706061$	0,9991	0,0035	0,809	41533	-1,029

\* Índice de Meyer para modelos logarítmicos

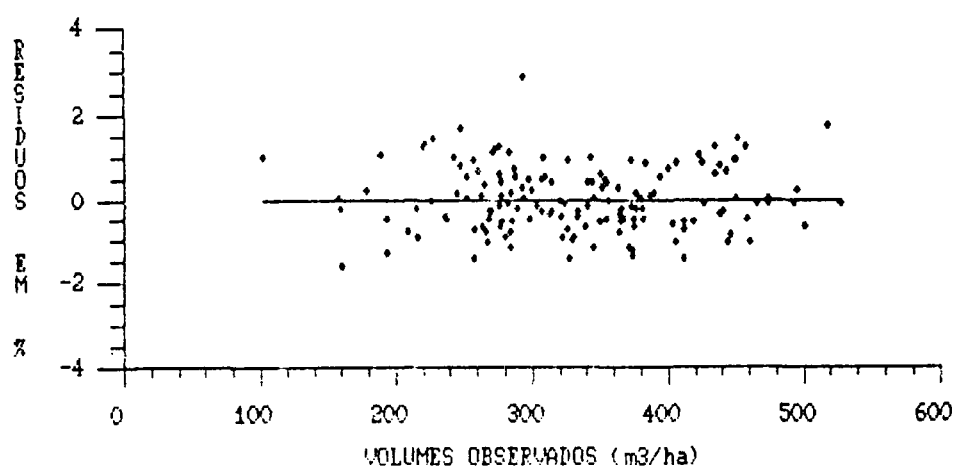


FIGURA 29: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série B

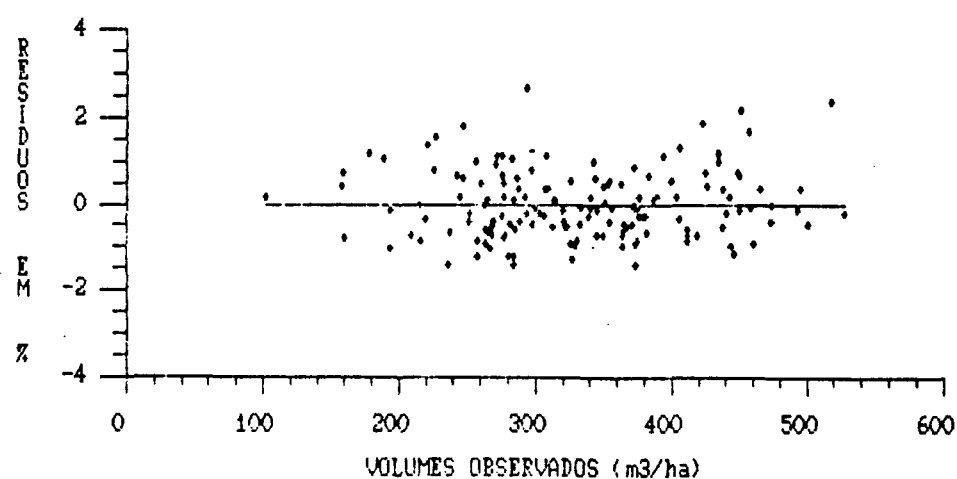


FIGURA 30: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série B



#### 4.8.3.2 MODELOS DE NATUREZA LOGARÍTMICA

Os modelos com três e com quatro variáveis independentes elaborados e analisados, obtiveram níveis de precisão bastante bons, com valores do Índice de Meyer inferiores a 1,6%. Nenhum é tendencioso, o que pode ser comprovado pelos valores numéricos resultantes do procedimento analítico empregado e que podem ser encontrados no QUADRO 23.

O modelo com quatro variáveis independentes é, sem dúvida, o melhor dos dois. Observou-se ainda, na análise gráfica deste modelo, cuja distribuição dos resíduos percentuais se encontra representada na FIGURA 30, que a magnitude de dispersão dos resíduos situou-se entre -1,43% e +2,65%.

Pôde-se constatar que neste processo de regressão "passo a passo", onde estão envolvidas todas as variáveis independentes estudadas, os modelos logarítmicos, na Série A, foram superiores aos aritméticos. Já na Série B ocorreu o inverso, ou seja, tomando-se como critério decisivo a precisão e a análise gráfica dos resíduos observados, constatou-se que o modelo aritmético com quatro variáveis independentes é superior a qualquer um dos logarítmicos. Este fato sugere que na Série A haja, talvez, uma maior variabilidade nos dados utilizados na regressão, de modo que a logaritmização dos mesmos implicaria na obtenção de melhores resultados, o que efetivamente ocorreu.

## 4.9 SÉRIE C - ESTIMATIVAS ATRAVÉS DE FUNÇÃO DE FORMA GENÉRICA

### 4.9.1 TESTE DE MODELOS PRÉ-SELECIONADOS DA LITERATURA

Seguindo a mesma metodologia aplicada para as outras séries, foram testados 16 modelos de natureza aritmética. Os modelos que mais se destacaram, quer pelo elevado nível de precisão, quer pelo bom ajuste e pela uniformidade na distribuição gráfica dos resíduos em percentagem, foram os de número 4, 5, 9 e 10, cujos erros estiveram sempre abaixo de 3,2%, conforme pode-se verificar no QUADRO 24.

O modelo 5, apesar de não ser o mais preciso dos quatro, apresenta um elevado valor de  $F$  e uma distribuição bastante homogênea dos resíduos percentuais. A sua aplicação é uma opção razoável quando se deseja um modelo que possua apenas uma(1) variável independente (no caso, uma combinação de  $G$  e  $haom$ ).

O modelo 4 não foi escolhido porque além de apresentar um maior erro padrão da estimativa em percentagem ( $syx\%$ ) em relação aos outros modelos, a sua distribuição gráfica dos resíduos não foi tão homogênea, embora não seja tendenciosa, conforme foi comprovado pelo teste de "corridas de sinais".

Os melhores modelos foram o 9 e o 10. O modelo 9 apresentou o maior valor de  $F$  e de  $R^2$  e o menor erro padrão da estimativa em percentagem ( $syx\% = 1,313\%$ ). Contudo, a análise gráfica dos resíduos mostrou que o modelo 10, embora com um erro médio ligeiramente maior ( $syx\% = 1,866\%$ ), possui uma distribuição mais homogênea e mais uniforme, conforme se verifica na FIGURA 31. Em função disso, foi escolhido o modelo 10 como o melhor do grupo dos aritméticos.

QUADRO 24: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos melhores modelos aritméticos testados - Série C

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>VX</sub>	S <sub>VX</sub> (%)	F	"Z"
4) $V = b_0 + b_1 \bar{G}\bar{h}$	$b_0 = 13,66963$ $b_1 = 0,4708257$	0,984074	10,19171	3,115	9207,776	0,4300
5) $V = b_0 + b_1 \bar{G}h_{dom}$	$b_0 = 5,440011$ $b_1 = 0,3973475$	0,993246	6,63702	2,029	21913,160	-0,2265
9) $V = b_0 + b_1 \bar{G} + b_2 \bar{h} + b_3 \bar{G}\bar{h}$	$b_0 = 149,3065$ $b_1 = -1,891407$ $b_2 = -10,80413$ $b_3 = 0,6239001$	0,997171	4,29518	1,313	17509,930	0,0854
10) $V = b_0 + b_1 \bar{G} + b_2 h_{dom} + b_3 \bar{G}h_{dom}$	$b_0 = -32,55082$ $b_1 = 1,737615$ $b_2 = 1,862879$ $b_3 = 0,2995184$	0,994264	6,10555	1,866	8641,001	-1,2112

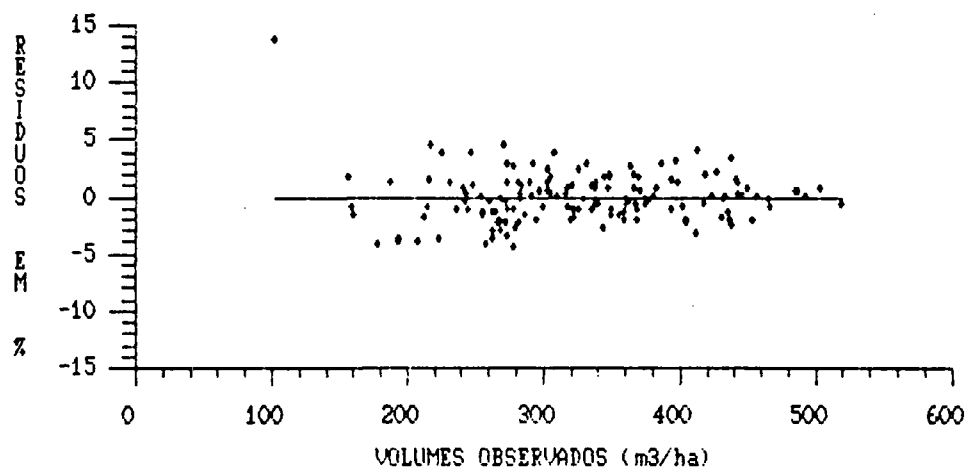


FIGURA 31: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético 10 - Série C

Quanto aos dez modelos de natureza logarítmica testados, apenas três revelaram-se não-tendenciosos quanto à aleatoriedade na distribuição dos resíduos, fato este comprovado gráfica e analiticamente.

Entre os modelos 6, 7 e 8, que aparecem no QUADRO 25, o modelo 7 apresentou um Índice de Meyer igual a 6,11%, enquanto que os modelos 6 e 8 obtiveram erros iguais a 2,7% e 2,3%, respectivamente. Além disso a análise gráfica mostrou que, embora não-tendencioso, o modelo 7 não possui uma distribuição dos resíduos percentuais tão homogênea quanto as dos outros dois modelos. A escolha recaiu sobre os modelos 6 e 8, ambos constituídos por apenas uma(1) variável independente. Optou-se pelo modelo 8 porque, além de possuir níveis mais elevados de ajuste e precisão, ele apresentou, também, uma melhor distribuição dos resíduos em percentagem, conforme pode se observar na FIGURA 32.

QUADRO 25: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos melhores modelos logarítmicos testados - Série C

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>VX</sub>	Ind.M.	F	"I"
6) $\log V = \log b_0 + b_1 \log G^2 h_{dom}$	$\log b_0 = 0,09776052$ $b_1 = 0,5241645$	0,989722	0,01173	2,701	14348,880	-1,8720
7) $\log V = \log b_0 + b_1 \log G \bar{h}$	$\log b_0 = -0,1966644$ $b_1 = 0,9603836$	0,947325	0,02655	6,114	2680,655	0,1018
8) $\log V = \log b_0 + b_1 \log G h_{dom}$	$\log b_0 = -0,3309887$ $b_1 = 0,9785295$	0,992693	0,00989	2,277	20244,100	-0,4706

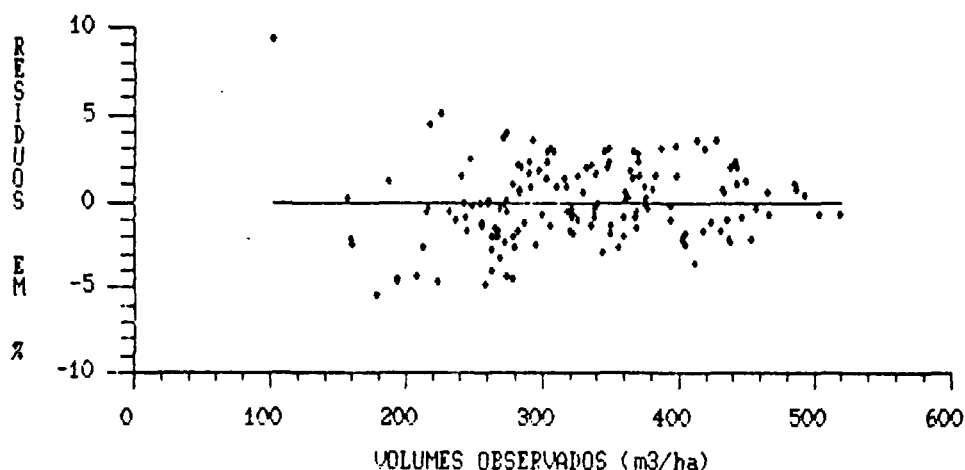


FIGURA 32: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico 8 - Série C

4.9.2 ELABORAÇÃO DE MODELOS ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE - CONJUNTO DE VARIÁVEIS INDEPENDENTES COM CORRELAÇÃO SIMPLES  $r \geq 0,7$  COM A VARIÁVEL DEPENDENTE

#### 4.9.2.1 MODELOS DE NATUREZA ARITMÉTICA

Os quatro modelos elaborados apresentaram níveis de ajuste e precisão bastante satisfatórios, conforme pode-se verificar no QUADRO 26. O modelo com 1 variável independente obteve o maior erro padrão da estimativa em percentagem ( $\text{syx}\% = 2,03\%$ ). No entanto, conforme pode ser observado na FIGURA 33, a sua distribuição dos resíduos em função dos volumes observados é homogênea e a magnitude de dispersão dos resíduos situa-se entre  $-10\%$  e  $+10\%$ , sendo menor que as dos modelos com duas e com três variáveis independentes.

QUADRO 26: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos aritméticos obtidos através do processo Stepwise - Série C

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>VX</sub>	S <sub>VX</sub> (%)	F	"Z"
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}$	$b_0=5,440011$ $b_1=0,3973475$	0,993246	6,63702	2,026	21913,160	-0,2265
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}+b_2 G\bar{h}$	$b_0=6,11284$ $b_1=0,2600826$ $b_2=0,1659097$	0,996920	4,48176	1,370	24117,070	-0,0798
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}+b_2 G\bar{h}+b_3 G\bar{h}^2$	$b_0=0,3995972$ $b_1=0,1967138$ $b_2=0,3263708$ $b_3=-0,005616589$	0,998008	3,60406	1,102	24889,710	-0,7353
$V=b_0+b_1 Gh_{dom}+b_2 G\bar{h}+b_3 G\bar{h}^2+b_4 Gh_{dom}^2$	$b_0=9,297981$ $b_1=-0,3200706$ $b_2=0,8973346$ $b_3=-0,02425753$ $b_4=0,01485192$	0,998926	2,64705	0,809	34636,670	0,3265

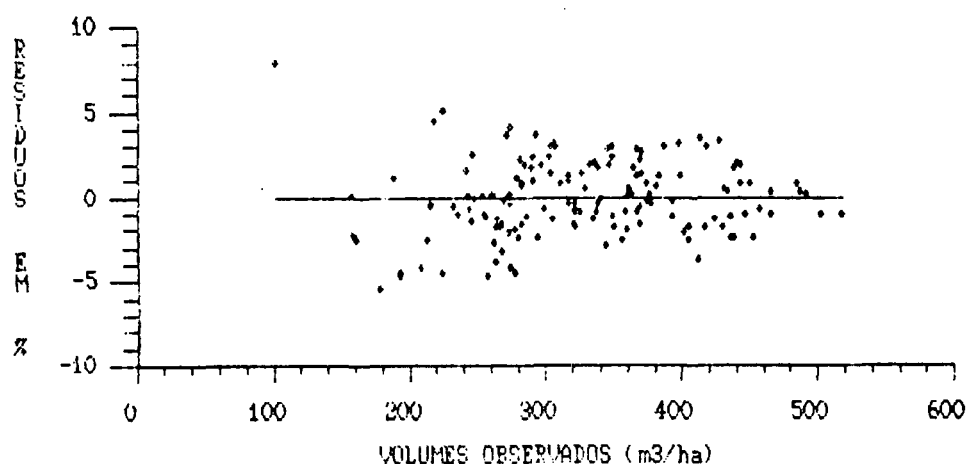


FIGURA 33: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 1 variável independente - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série C

Portanto, quando for de interesse aplicar um modelo mais simples, que contenha apenas uma(1) variável independente, pode-se recomendar o uso deste primeiro modelo elaborado na Série C.

O melhor deles é, sem dúvida, o modelo com quatro variáveis independentes. Além de apresentar os maiores valores de  $F$  e  $R^2$  e o menor erro padrão da estimativa em percentagem ( $syx\% = 0,81\%$ ), a análise gráfica dos resíduos em percentagem mostrou que este modelo é o que possui a distribuição mais uniforme e a menor magnitude de dispersão dos resíduos, o que pode ser observado na FIGURA 34.



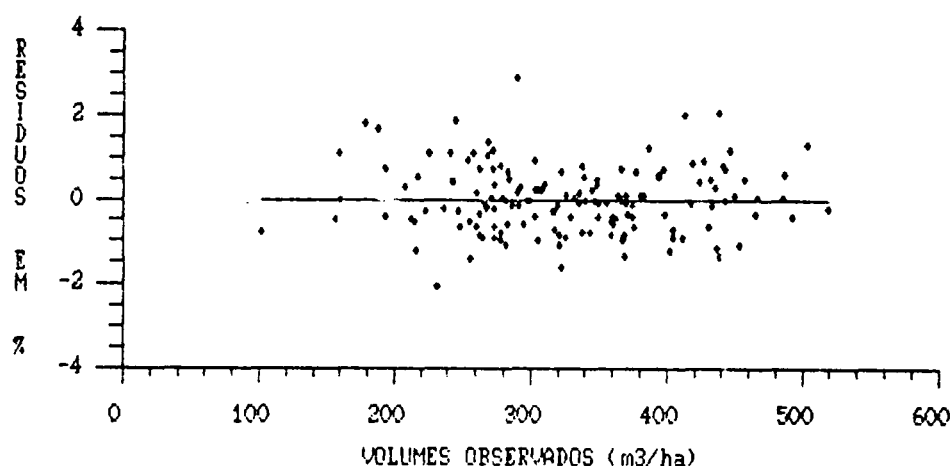


FIGURA 34: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série C

#### 4.9.2.2 MODELOS DE NATUREZA SEMI-LOGARÍTMICA

Dos quatro modelos elaborados, nenhum apresentou tendenciosidade quanto a aleatoriedade na distribuição dos resíduos. Os modelos com uma e com duas variáveis independentes elaborados nesta fase foram exatamente os mesmos do item 4.9.2.1, ou seja, de natureza aritmética. Porém, a partir da inclusão da terceira e da quarta variáveis independentes obteve-se modelos semi-logarítmicos. Ambos apresentaram níveis de precisão bastante altos, com um erro padrão da estimativa em percentagem ( $syx\%$ ) igual a 1,08% e 1,01% para os modelos com três e com quatro variáveis, respectivamente. Esses dois modelos são não- tendenciosos, conforme foi constatado pelo

teste de "corridas de sinais" e também pela análise gráfica dos resíduos em percentagem. Embora com uma diferença pequena quanto ao nível de precisão, o modelo com quatro variáveis foi superior neste ponto e também no que diz respeito à distribuição dos resíduos percentuais ao longo dos volumes observados. O modelo com três variáveis apresentou uma ligeira tendência a subestimar os volumes nas classes inferiores, conforme pode ser observado na FIGURA 35.

Os modelos semi-logarítmicos, seus coeficientes e respectivos estimadores de ajuste e precisão podem ser encontrados no QUADRO 27. A FIGURA 36 representa a distribuição dos resíduos em percentagem em função do volume observado para o modelo semi-logarítmico com quatro variáveis independentes, que foi considerado o melhor deste grupo.

Comparando-se o melhor modelo semi-logarítmico com o melhor dos aritméticos, este último é ainda superior.

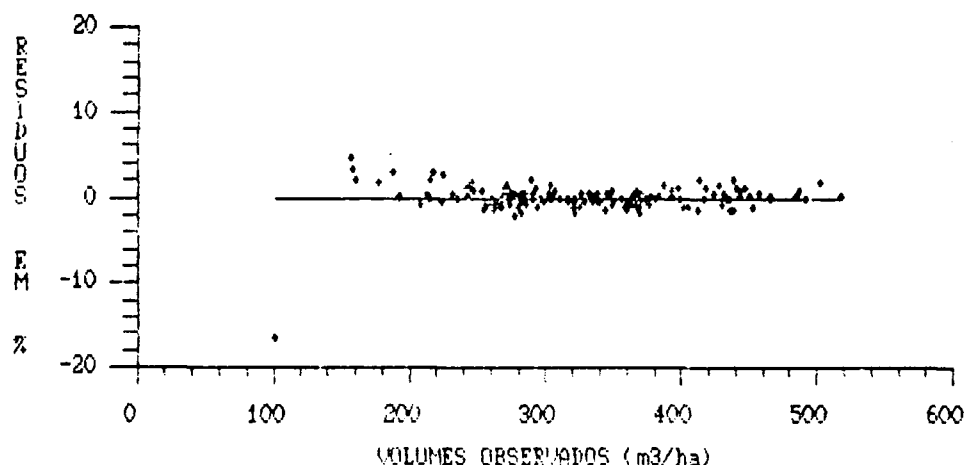


FIGURA 35: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo semi-logarítmico com 3 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série C

QUADRO 27: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos semi-logarítmicos obtidos através do processo Stepwise - Série D

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>yx</sub>	S <sub>yx</sub> (%)	F	"t"
$V=b_0+b_1 \text{ Gh}_{\text{dom}}$	$b_0=5,440011$ $b_1=0,3973475$	0,993246	6,63702	2,028	21913,160	-0,2265
$V=b_0+b_1 \text{ Gh}_{\text{dom}}+b_2 \text{ Gh}$	$b_0=6,111264$ $b_1=0,2600826$ $b_2=0,1659097$	0,994920	4,48176	1,370	24117,070	-0,0798
$V=b_0+b_1 \text{ Gh}_{\text{dom}}+b_2 \text{ Gh}+b_3 \log G^2$	$b_0=-115,0817$ $b_1=0,2000736$ $b_2=0,183635$ $b_3=46,7322$	0,998100	3,52054	1,076	26087,020	-1,5260
$V=b_0+b_1 \text{ Gh}_{\text{dom}}+b_2 \text{ Gh}+b_3 \log G^2+b_4 \log Gh$	$b_0=33,09332$ $b_1=0,1763317$ $b_2=0,2482979$ $b_3=62,30746$ $b_4=-79,9971$	0,998331	3,29961	1,008	22278,330	-0,3566

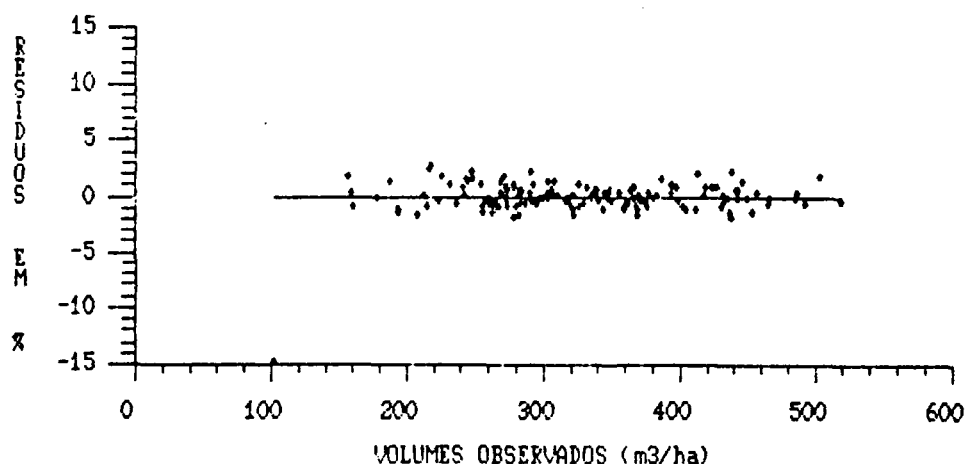


FIGURA 36: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo semi-logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série C

#### 4.9.2.3 MODELOS DE NATUREZA LOGARÍTMICA

Os modelos elaborados nesta fase apresentaram erros médios variando de 0,61% a 2,28%, o que caracteriza altos níveis de precisão. Além disso, nenhum apresentou tendenciosidade quanto à distribuição das mudanças de sinal dos resíduos. É interessante observar que há uma melhora crescente relativa à homogeneidade e uniformidade da distribuição dos resíduos percentuais ao longo dos volumes observados, à medida que a segunda, terceira e quarta variáveis são incorporadas ao modelo.

Do modelo com três variáveis independentes para o modelo

com quatro variáveis há um decréscimo significativo no valor do Índice de Meyer (de 1,25% para 0,61%), conforme pode ser observado no QUADRO 28. O valor do  $R^2$  para o modelo máximo foi igual a 0,999. Portanto, o modelo com quatro variáveis independentes, cuja distribuição dos resíduos em percentagem aparece na FIGURA 37, foi considerado o melhor do grupo dos logarítmicos, além de ser também superior ao melhor modelo aritmético.

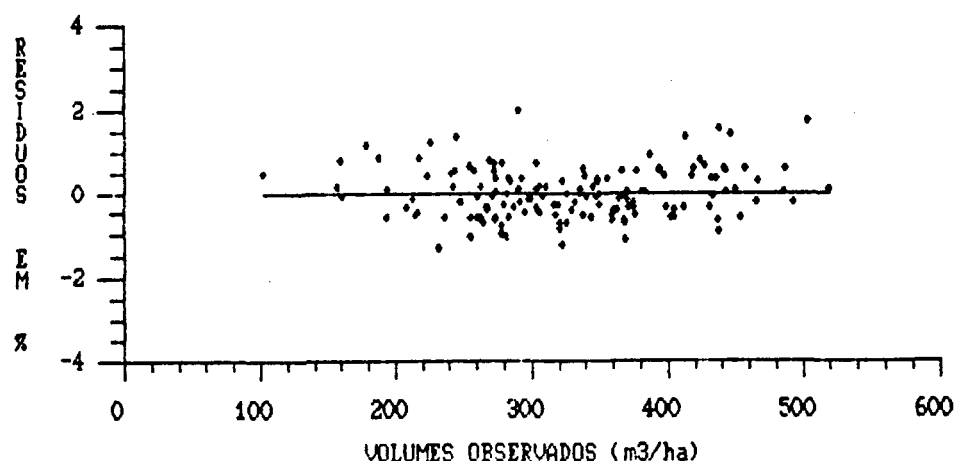


FIGURA 37: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com variáveis pré-selecionadas - Série C

QUADRO 28: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos logarítmicos obtidos através do processo Stepwise - Série C

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	s <sub>yx</sub>	Ind.M.	F	"I"
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G h_{dom}$	$\log b_0 = -0,3309887$ $b_1 = 0,9785295$	0,9927	0,010	2,277	20244	-0,47
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G h_{dom} + b_2 \log G^2 \bar{h}$	$\log b_0 = -0,1854486$ $b_1 = 0,6238743$ $b_2 = 0,1957647$	0,9971	0,006	1,427	25884	-1,34
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G h_{dom} + b_2 \log G^2 \bar{h} + b_3 \log G^2 N$	$\log b_0 = -0,1313612$ $b_1 = 0,6125411$ $b_2 = 0,2236821$ $b_3 = -0,0220334$	0,9976	0,005	1,247	22605	-0,40
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G h_{dom} + b_2 \log G^2 \bar{h} + b_3 \log G^2 N + b_4 \log G^2 h_{dom}$	$\log b_0 = 0,5402947$ $b_1 = -0,4978384$ $b_2 = 0,1239069$ $b_3 = -0,1090909$ $b_4 = 0,7789356$	0,9995	0,003	0,613	70223	-0,64

#### 4.9.3 ELABORAÇÃO DE MODELOS ATRAVÉS DO PROCESSO STEPWISE - CONJUNTO DE TODAS AS VARIÁVEIS INDEPENDENTES

##### 4.9.3.1 MODELOS DE NATUREZA ARITMÉTICA

Os modelos aritméticos com três e com quatro variáveis independentes elaborados na fase anterior diferiram dos modelos elaborados nesta fase, pois estes últimos incluíram variáveis independentes de correlação simples  $r < 0,7$  com a variável dependente.

Os valores do erro padrão da estimativa em percentagem ( $s_{yx}\%$ ) variaram muito pouco do modelo com três variáveis ( $s_{yx}\% = 0,83\%$ ) para o de quatro variáveis ( $s_{yx}\% = 0,74\%$ ). Na análise gráfica, porém, o modelo com quatro variáveis mostrou-se superior ao outro no que diz respeito à homogeneidade na distribuição dos resíduos percentuais, conforme pode-se observar nas FIGURAS 38 e 39.

Apesar de os modelos não serem tendenciosos, conforme foi comprovado pelo procedimento analítico na avaliação dos resíduos, pode-se observar nos gráficos, que ambos apresentam uma leve tendência a superestimar os volumes nas classes inferiores. Mas como a magnitude de dispersão dos pontos residuais não ultrapassa o intervalo  $(-5\%, +5\%)$ , este fato não impõe restrições à aplicação dos modelos.

Comparando-se os dois modelos aritméticos com quatro variáveis independentes citados nos itens 4.9.2.1 e 4.9.3.1, respectivamente, pode-se constatar que o melhor deles é o segundo, ou seja, aquele em que o processo de seleção envolve o conjunto de todas as variáveis estudadas.

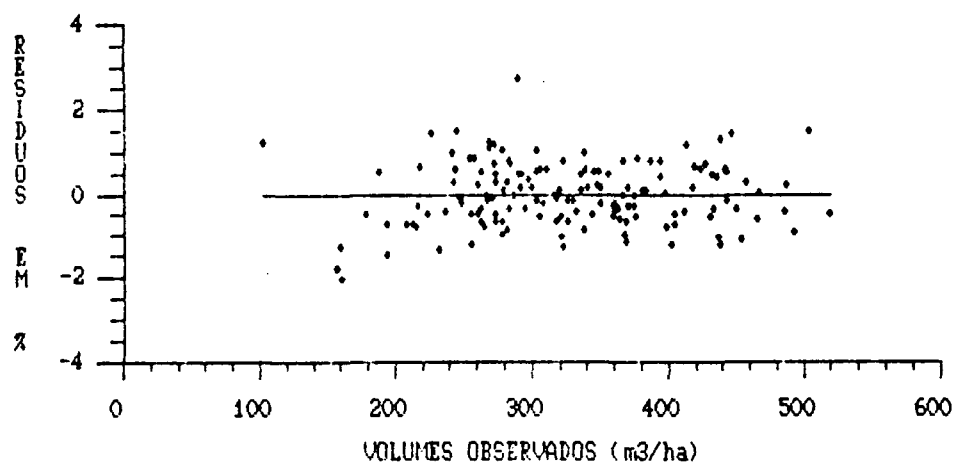


FIGURA 38: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 3 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série C

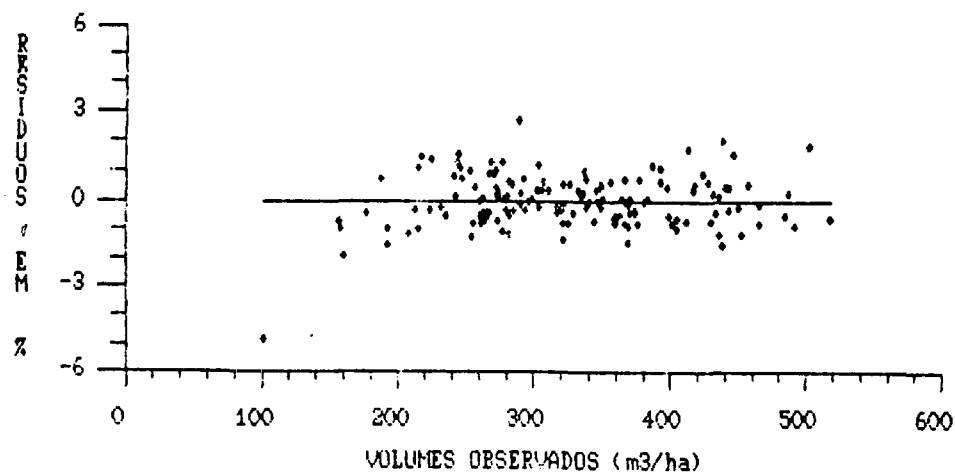


FIGURA 39: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo aritmético com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série C



#### 4.9.3.2 MODELOS DE NATUREZA LOGARÍTMICA

Também os modelos logarítmicos elaborados nesta fase foram diferentes dos da fase anterior, pois outras variáveis foram incorporadas. Os erros médios obtidos para os modelos com três e com quatro variáveis independentes foram iguais a 1,2% e 0,74%, respectivamente.

De acordo com os valores da probabilidade cumulativa obtidos através do teste de "corridas de sinais", constatou-se que ambos os modelos são não-tendenciosos, fato este que foi comprovado pela análise gráfica dos resíduos em percentagem, que estão representados nas FIGURAS 40 e 41. Foi também pela análise gráfica que se concluiu que o modelo com quatro variáveis independentes é superior ao outro, especialmente porque possui uma distribuição mais uniforme dos resíduos percentuais em função dos volumes observados. O valor do coeficiente de determinação múltipla para este modelo é também bastante elevado ( $R^2 = 0,999$ ). No QUADRO 29 encontram-se os modelos aritméticos e logarítmicos elaborados nesta fase, bem como seus respectivos coeficientes e estimadores de ajuste e precisão.

O modelo com quatro variáveis apresentado no item 4.9.2.3. continua sendo superior ao elaborado nesta fase, tanto no que diz respeito aos estimadores de ajuste e precisão como à análise gráfica dos resíduos.

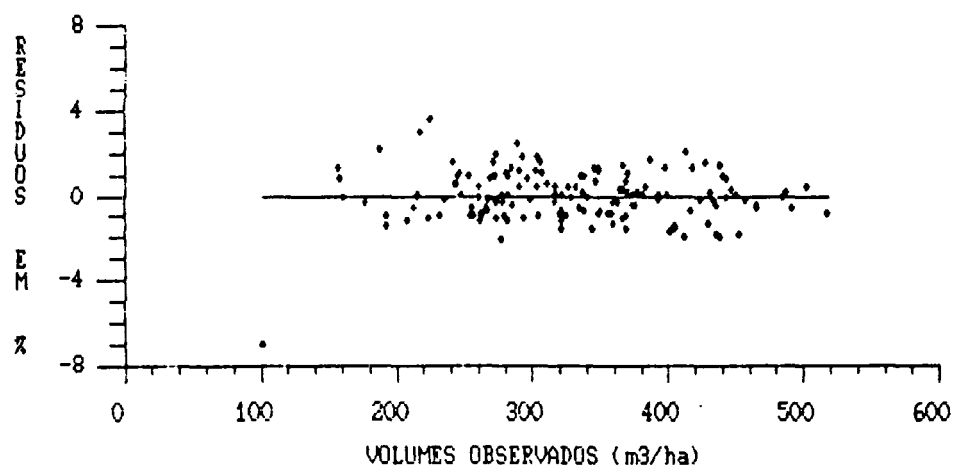


FIGURA 40: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico com 3 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série C

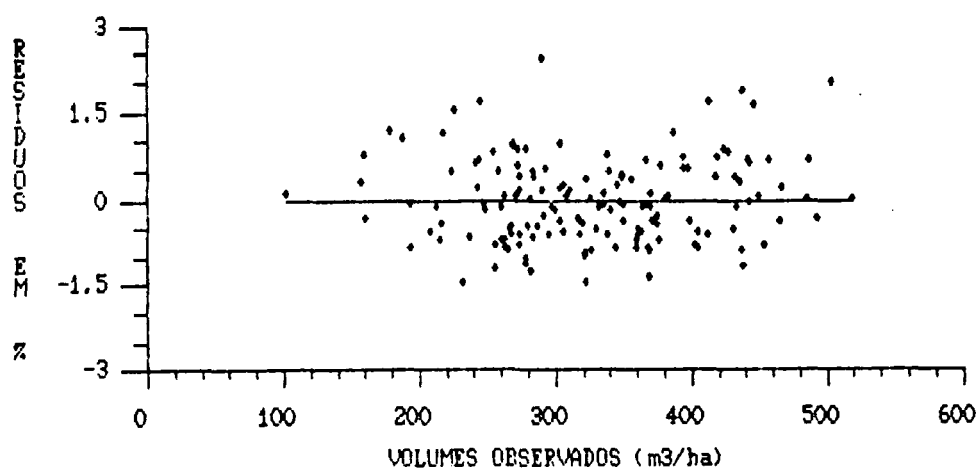


FIGURA 41: Distribuição dos resíduos percentuais do volume com casca para o modelo logarítmico com 4 variáveis independentes - Processo Stepwise com todas as variáveis - Série C

QUADRO 29: Coeficientes e estimadores de ajuste e precisão dos modelos aritméticos e logarítmicos com 3 e com 4 variáveis independentes obtidos através do processo Stepwise - Série C

EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R <sup>2</sup>	S <sub>VX</sub>	S <sub>VX</sub> (%)	F	"Z"
$V = b_0 + b_1 \bar{h}^2 + b_2 \bar{G}\bar{h} + b_3 \bar{G}h_{dom}$	$b_0 = 24,71892$ $b_1 = -0,1221659$ $b_2 = 0,3047246$ $b_3 = 0,1494473$	0,9989	2,728	0,834	43492	-1,05
$V = b_0 + b_1 \bar{h}^2 + b_2 \bar{G}\bar{h} + b_3 \bar{G}h_{dom} + b_4 N\bar{d}$	$b_0 = 35,3285$ $b_1 = -0,1520934$ $b_2 = 0,3308369$ $b_3 = 0,1358144$ $b_4 = -3,416894E-04$	0,9991	2,422	0,740	41380	0,47
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G^2 \bar{h} + b_2 \log \bar{d}^2 \bar{h} + b_3 \log \bar{G}h_{dom}$	$\log b_0 = -0,2118222$ $b_1 = 0,1934507$ $b_2 = 0,02732549$ $b_3 = 0,6025919$	0,9980	0,005	1,200	24433	-0,06
$\log V = \log b_0 + b_1 \log G^2 \bar{h} + b_2 \log \bar{d}^2 \bar{h} + b_3 \log \bar{G}h_{dom} + b_4 \log G^2 h_{dom}$	$\log b_0 = 0,04144075$ $b_1 = 0,04370126$ $b_2 = 0,09096432$ $b_3 = -0,179215$ $b_4 = 0,5352563$	0,9992	0,003	0,743	47891	-0,36

† Índice de Meyer para modelos logarítmicos

## 5 CONCLUSÕES

Com base nos resultados referentes ao estudo de funções de forma, pode-se concluir que, para os dados em questão, o polinômio de 5º grau é o melhor modelo para descrever a forma das árvores, tanto quando aplicado genericamente como quando específico para cada classe de diâmetro.

Destaque especial merecem também os modelos de função de forma por classe de diâmetro obtidos através do processo Stepwise. O estudo preliminar das correlações simples entre  $y=d_1/d_{0,1}$  e  $x=h_1/h$  elevado a diversas potências veio confirmar a tese de HRADETZKY<sup>27</sup>, de que os valores das correlações são maiores quando  $x$  encontra-se elevado a expoentes menores do que 1,0. Seria de interesse desenvolver estudos similares em outros povoamentos, para outras espécies e sob condições ecológicas diferentes, para testar o comportamento de modelos de função de forma obtidos dessa maneira.

Pelo fato de não haver diferenças estatisticamente significativas entre as médias dos volumes por unidade de área estimados com base no desenvolvimento de três metodologias distintas, pode-se afirmar que, para os dados específicos deste estudo, qualquer uma das metodologias é bastante eficiente em termos de precisão, cabendo ao responsável pelo manejo do povoamento florestal decidir sobre a adequabilidade e aplicabilidade de cada uma delas em função das condições do povoamento e dos recursos materiais e técnicos disponíveis.

Para as três série de dados (A, B e C), as variáveis

independentes mais altamente correlacionadas com o volume por hectare foram: a combinação ( $G h_{dom}$ ) e a combinação ( $G \bar{h}$ ). Em se tratando do logaritmo do volume por hectare, as maiores correlações simples entre variável dependente e independente se verificaram para a combinação  $\log(G h_{dom})$  e para  $\log(G^2 h_{dom})$ .

Dentre os modelos aritméticos pré-selecionados da literatura, destacou-se, para todas as séries, o modelo 10:

$$V = b_0 + b_1 G + b_2 h_{dom} + b_3 G h_{dom},$$

que é a adaptação de SPURR<sup>51</sup> para a "Fórmula Australiana".

Entre os modelos logarítmicos pré-selecionados da literatura o melhor foi, indistintamente para todas as séries, o modelo 8:

$$\log V = \log b_0 + b_1 \log (G h_{dom})$$

Os melhores modelos aritméticos testados apresentaram, em geral, magnitudes de dispersão dos resíduos em percentagem inferiores às dos melhores modelos logarítmicos, o mesmo acontecendo em relação aos erros médios.

No processo Stepwise de seleção de variáveis houve um acréscimo significativo quanto à precisão em relação aos modelos pré-selecionados da literatura. Os melhores modelos logarítmicos elaborados mostraram-se superiores aos aritméticos e semi-logarítmicos, apresentando, sempre, menores valores para o erro padrão da estimativa.

Quando todas as variáveis foram envolvidas no processo de seleção, inclusive aquelas de baixa correlação simples com a variável dependente, foram obtidos os melhores modelos no que se refere a ajuste e precisão. A utilização do valor da correlação simples na seleção prévia das variáveis a serem

submetidas ao processo serviu como critério limitante quanto ao número de variáveis independentes, proporcionando, ao mesmo tempo, a inclusão daquelas de maior grau de associação com a variável dependente. Dado que os valores da correlação parcial se alteram quando da entrada de uma nova variável na equação, explica-se o fato de os modelos aritméticos e logarítmicos nesta fase terem apresentado elevadíssimos níveis de precisão, com erros variando de 0,16% a 1,6% para as três séries de dados, valores estes inferiores aos apresentados pelos modelos elaborados através do processo Stepwise quando estava envolvido apenas um conjunto restrito de variáveis independentes.

Esses modelos extremamente eficientes apresentam, no entanto, a inconveniência de envolverem três ou quatro variáveis independentes, o que dificulta a sua aplicabilidade não só em termos de coleta de dados no campo mas também no que diz respeito ao processamento desses dados e elaboração da regressão. Uma alternativa possível seria a utilização de modelos que, embora sofrendo pequeno decréscimo quanto à precisão, fossem de aplicação relativamente fácil, como acontece, por exemplo, com o modelo com uma(1) variável independente elaborado através do processo Stepwise para as séries A, B e C deste estudo:

$V = b_0 + b_1 G_{haom}^-$ , que apresentou erros iguais a 2,14%; 2,10% e 2,03%, respectivamente a cada série.

## RESUMO

Nesta pesquisa foram utilizados dados oriundos de 150 unidades de amostra de área variável em um povoamento de *Pinus taeda* L., com 13 anos de idade, localizado no Município de Pirai do Sul - PR.

O objetivo principal deste trabalho consistiu em desenvolver, testar e comparar três diferentes metodologias para a obtenção do volume com casca por hectare.

Na primeira metodologia os volumes de árvores individuais foram estimados através de equação de volume; na segunda, através de função de forma por classe de diâmetro e na terceira, através de função de forma genérica. Os volumes com casca de 114 árvores cubadas nas diferentes classes de diâmetro serviram como dados básicos para as regressões.

Para a obtenção dos volumes por unidade de área os volumes por parcela foram extrapolados para hectare. De posse dos volumes por hectare aplicou-se testes de comparação de médias para verificar se havia diferenças significativas entre as três metodologias empregadas. Constatando-se serem as médias iguais sob o ponto de vista estatístico, procedeu-se ao estudo de modelos matemáticos para estimar o volume por unidade de área para as séries de dados correspondentes a cada metodologia, individualmente.

Entre os modelos aritméticos e logarítmicos pré-selecionados da literatura, destacou-se como o mais eficiente, em todos os casos estudados, o modelo:

$$V = b_0 + b_1 G + b_2 h_{dom} + b_3 G h_{dom} \quad , \text{ onde:}$$

$V$  = volume com casca por hectare ( $m^3/ha$ )

$G$  = área basal ( $m^2/ha$ )

$h_{dom}$  = altura dominante (m) ,

com erros oscilando entre 1,84% e 2,04% e com coeficiente de determinação múltipla ( $R^2$ ) sempre superior a 0,99.

No processo Stepwise de seleção de variáveis os melhores modelos foram os logarítmicos com três e com quatro variáveis independentes, atingindo-se níveis de precisão bastante elevados, com erros oscilando entre 0,16% e 1,6%. Todos esses modelos incluíram como uma das variáveis independentes a combinação  $\log (G h_{dom})$ . Dentre os modelos aritméticos elaborados por esse mesmo processo, destacou-se o modelo:

$$V = b_0 + b_1 G h_{dom} \quad ,$$

que apresentou erros sempre inferiores a 2,14%. Por possuir apenas uma(1,0) variável independente este modelo é bastante prático em termos de cálculo dos coeficientes da equação e posterior estimativa dos volumes por unidade de área.



## SUMMARY

The data for this research came from 150 sampling units with different areas in a 13 years old *Pinus taeda* stand, located in "Piraí do Sul", State of Paraná, Brazil.

The main objective of this research was the comparison among 3 different methodologies to estimate the outside-bark volume per hectare.

In the first methodology the volumes of the single trees were estimated through volume equation; in the second methodology the volumes were estimated through taper function by dbh class, and the third one, through a generic taper function. The outside-bark volumes of 114 trees distributed in the different diameter classes were used as basic data for the regression development. The plot volumes were then converted to a per-hectare basis.

The test of comparison of means showed no significant differences among the 3 tested methodologies for a 5% critical level. This research involved also a study of mathematical models to estimate the volume per hectare for all the data series corresponding to each one of the 3 methodologies individually.

Among the arithmetic and logarithmic models, selected from the literature, the most efficient in all the studied

cases was:

$$V = b_0 + b_1 G + b_2 haom + b_3 G haom$$

where:

$V$  = outside-bark volume in  $m^3$  per hectare

$G$  = basal area in  $m^2$  per hectare

$haom$  = dominant height in  $m$ ,

with standard errors of estimate in percent ranging from 1.84% to 2.04%, and with  $R^2$  values always larger than 0.99.

Using the Stepwise selection procedure, the best models were the logarithmic ones with 3 and 4 independent variables, with standard errors of estimate in percent ranging from 0.16% to 1.6%. All these models included the interaction term  $\log (G haom)$  as one of the independent variables.

Among the arithmetic models resulting from the Stepwise selection procedure the following equation can be used:

$$V = b_0 + b_1 G haom$$

which presented errors always smaller than 2.14%. This model with only one independent variable can be very useful, whereas it is easy to estimate its coefficients and then the volumes per unit of area.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 AHRENS, S. Funções de forma: sua conceituação e utilidade. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS: O USO DE FUNÇÕES DE FORMA DE TRONCO EM ESTUDO DE VOLUMETRIA DE ESPÉCIES FLORESTAIS, 5., Curitiba, 1982. Anais. Curitiba, EMBRAPA, Docum. 9, 1982. p. 7-14.
- 2 ANUCHIN, N.P. Forest Mensuration. Jerusalem, Program for Scientific Translation, 1970. 494 p.
- 3 BEHRE, C.E. Preliminary notes on studies of tree form. J. For., 21: 507-11, 1923.
- 4 BORGES, J.F. Seccionamento do fuste de *Pinus taeda* L. para obtenção do volume de madeira serrada através da função de forma polinomial. Curitiba, 1981. 81 f. Dissertação. Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Agrárias. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.
- 5 BRINKMAN, K.A. Stand volume equations for shortleaf pine in Missouri. U.S. For. Serv. Res. Note NC-24, 1967. 4 p.
- 6 BUCKMAN, R.C. Development and use of three stand volume equations for Minnesota. J. For., 59: 573-5, 1961.
- 7 BURGER, D. Ordenamento Florestal I - a produção florestal. 2ª. ed. Curitiba, Setor de Ciências Agrárias, 1976. não paginado.
- 8 CHAPMAN, H.H. & MEYER, W.H. Forest Mensuration. New York, McGraw-Hill, 1949. 522 p.
- 9 CLUTTER, J.L.; FORTSON, J.C.; PIENAAR, L.V.; BRISTER, G.H. & BAILEY, R.L. Timber Management: a quantitative approach. New York, John Wiley & Sons, 1983. 333 p.
- 10 COILE, T.S. Soil and the growth of forests. Adv. in Agron., 4: 329-98, 1952.
- 11 COLE, D.M. A cubic foot stand volume equation for lodgepole pine in Montana and Idaho. U.S.D.A. For. Ser. Res. Note INT - 150, 1971.

- 12 COUTO, H.T.Z. Estimativa do volume com diferentes padrões de utilização. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS: O USO DE FUNÇÕES DE FORMA DE TRONCO EM ESTUDO DE VOLUMETRIA DE ESPÉCIES FLORESTAIS, 5., Curitiba, 1982. Anais. Curitiba, EMBRAPA, Docum. 9, 1982. p. 57-63.
- 13 DEMAERSCHALK, J.P. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. Can. For. Res., 3(1): 90-4, 1973.
- 14 DRAPER, N.R. & SMITH, A. Applied regression analysis. New York, John Wiley & Sons, 1966. 407 p.
- 15 ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISADORES PARA PADRONIZAÇÃO DA TERMINOLOGIA FLORESTAL, I. Curitiba, 1976. Anais. Curitiba, FIEP, 1976.
- 16 FAROT, J.L. Estimating merchantable volume and stem residue in four timber species. U.S.For.Serv.Res. Paper INT - 196, 1977. 55p.
- 17 FIGUEIREDO FILHO, A. Estudos de modelos matemáticos para estimar o volume por unidade de área em uma floresta tropical úmida na Amazônia Brasileira. Curitiba, 1983. 150 f. Dissertação. Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Agrárias. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.
- 18 FREESE, F. Elementary forest sampling. U.S. Forest Service, Southern Forest Experimental Station Agriculture Handbook nº. 232, 1962. 91 p.
- 19 GOLFARI, L. Exigências climáticas de las coníferas tropicales y subtropicales. Unasylva, 17(1), N.68 : 33-43, 1963.
- 20 GOMES, F.P. Curso de Estatística Experimental. 5ª.ed., Piracicaba, Livraria Nobel, 1973. 468 p.
- 21 GORDON, A. Comparison of compatible polynomial taper equations. New Zealand Journal of Forestry Science, 13(2): 146-55, 1983.
- 22 GUIMARÃES, D.P. Uso de curva de potência na determinação de séries relativas contínuas de forma para espécies florestais. Centro de Pesquisa Agropecuária dos Cerrados, EMBRAPA - CPAC. Boletim de Pesquisa nº.14, 1982. 24 p.
- 23 HAMILTON, G.J. Forest Mensuration Handbook. London, Her Majesty's Stationery Office, 1975. 274 p.
- 24 HENRIKSEN, H.A. Height/diameter curve with logarithmic diameter: brief report on a most reliable method of height determination from height curves, introduced by the State Forest Research Branch. Dansk Skov foren Tidsske, 35(4): 193-202, 1950. Resumo (FA. vol. 13, 198, 1951/52).

- 25 HÖJER, A.G. Tallens och granens tillväxt. Bihang till Fr. Lovén. Om våra barrskogar. Stockholm, 1903.
- 26 HOSOKAWA, R.T. Contribuição para definir a sucessão de cortes dos povoamentos objetivando a persistência de rendas nas empresas florestais. Curitiba. Boletim APEF nº.1, 1980. 70 p.
- 27 HRADETZKY, J. Analyse und Interpretation Statistischer Abhängigkeiten - (Biometrische Beiträge zu aktuellen Forschungsprojekten). Baden-Württemberg. Mitteilungen der FVA, Heft 76, 1976. 146 p. (Abt. Biometrie und Informatik Nr. 21).
- 28 HUSCH, B.; MILLER, C.I. & BEERS, T.W. Forest Mensuration. 2nd. Edit. New York, Ronald Press, 1971. 410 p.
- 29 JOLY, A.B. Botânica: introdução à taxonomia vegetal. São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1979. 777 p.
- 30 JONSON, T. Taxatoriska undersökningar om skogsträdens form. Skogsvårdsföreningens Tiedskrift. Häfte, 9-10: 285-329, 1911.
- 31 JORGE, L.A.B. Utilização de curvas de forma em séries relativas transformadas nas estimativas de volumes totais e parciais de árvores de *Pinus taeda* L. Curitiba, 1982. 91 f. Dissertação. Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Agrárias. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.
- 32 KOEHLER, H.S. Funções de forma em inventários florestais: implementação e processamento do sistema. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS: O USO DE FUNÇÕES DE FORMA DE TRONCO EM ESTUDO DE VOLUMETRIA DE ESPÉCIES FLORESTAIS, 5., Curitiba, 1982. Anais. Curitiba, EMBRAPA, Docum. 9, 1982. p. 93-6.
- 33 KOZAK, A.; MUNRO, D.D. & SMITH, J.H.G. Taper functions and their application in forest inventory. For. Chron., 45(4): 278-83, 1969.
- 34 LARSON, P.R. Stem form development of forest trees. For. Sci. Monogr. 5, 1963. 42 p.
- 35 LEAL, J. Tabelas Estatísticas. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Exatas. Departamento de Informática. 1977. 41 p.
- 36 MAACK, R. Geografia Física do Estado do Paraná. 2a.ed. Rio de Janeiro, J. Olympio. Curitiba, Secretaria da Cultura e do Esporte do Estado do Paraná, 1981. 450 p.
- 37 MACHADO, S.A. Aplicabilidade de equações de regressão em inventários florestais. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 2., Curitiba, 1973. Anais. Curitiba, FIEP, 1973. p. 175-7.

- 38 MEYER, H.A. The standard error of estimate of tree volume from the logarithmic volume equation. J. For., 36: 342-430, 1938.
- 39 \_\_\_\_\_. A correction for a systematic error occurring in the application of logarithmic volume equation. Pennsylvania Forest School Research, 1944. (Paper 7).
- 40 MIROV, N.T. The genus pinus. New York, Ronald Press, 1967. 602 p.
- 41 NETER, J. & WASSERMAN, W. Applied linear statistical models: regression analysis of variance and experimental designs. Homewood, Irwin, 1974. 842 p.
- 42 PELLICO NETO, S. Estimativas volumétricas de árvores individuais - Síntese Teórica. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS: O USO DE FUNÇÕES DE FORMA DE TRONCO EM ESTUDO DE VOLUMETRIA DE ESPÉCIES FLORESTAIS, 5., Curitiba, 1982. Anais. Curitiba, EMBRAPA, Docum. 9, 1982. p. 15-27.
- 43 PETERS, R. Konstruktion eines Massentafelmodells dargestellt am Beispiel der Baumart *Araucaria araucana* (Mol.) C.Koch. Freiburg, 1971. 95 f. Tese. Doutorado. Albert-Ludwigs Universität.
- 44 PITA CARPENTER, P.A. La relacion dasométrica entre alturas totales y diámetros normales. Montes, 25(149): 403-11, 1969.
- 45 PRODAN, M. Holzmesslehre. Frankfurt am Main, J.D. Sauerlanders Verlag, 1965. 644 p.
- 46 SCHLAEGEL, B.E. Growth and yield of quaking aspen in northcentral Minnesota. U.S.D.A. For. Serv. Res. Paper NC - 58, 1971.
- 47 SCHMIDT, P.B. Determinação indireta da relação hipsométrica para povoamentos de *Pinus taeda* L. Curitiba, 1977. 102 f. Dissertação. Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Agrárias. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.
- 48 SCHOEPPFER, W. Automatisierung des Massen, Sorten und Wertberechnung stehender Waldbestände. Schriftenreihe Bad. Württ. Forstl. Vers. Bol. (21). 1966.
- 49 SILVA, J.A. Estimativa do volume por hectare e sua composição em povoamentos de *Eucalyptus spp* nos cerrados em Minas Gerais e Mato Grosso do Sul. Curitiba, 1979. 85 f. Dissertação. Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Agrárias. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.

- 50 SILVA, J.A. Funções de forma dos troncos do *Pinus taeda*, *Picea excelsa*, *Abies alba* e *Pinus silvestris*. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS: O USO DE FUNÇÕES DE FORMA DE TRONCO EM ESTUDO DE VOLUMETRIA DE ESPÉCIES FLORESTAIS, 5., Curitiba, 1982. Anais. Curitiba, EMBRAPA, Docum. 9, 1982. p. 29-45.
- 51 SPURR, S.H. Forest Inventory. New York, Ronald Press, 1951. 476 p.
- 52 UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ. Centro de Pesquisas Florestais. Inventário Florestal da Área 3 do Polo Juruá-Solimões. Convênio IBDF. Curitiba, 1980. 170 p.

**APÊNDICE**



QUADRO 30: Correlações lineares simples entre as variáveis dependentes e independentes envolvidas na pesquisa

VAR. INDEP.	SÉRIE A		SÉRIE B		SÉRIE C	
	V	log V	V	log V	V	log V
$\bar{d}$	.6698	.6783	.6784	.6897	.6696	.6811
$\bar{d}^2$	.6260	.6239	.6366	.6377	.6270	.6287
$d_{dom}$	.6026	.5919	.6148	.6057	.6053	.5972
$d^2_{dom}$	.5795	.5615	.5932	.5770	.5832	.5688
$d_{dg}$	.6572	.6618	.6669	.6743	.6576	.6654
$d^2_{dg}$	.6146	.6096	.6262	.6242	.6162	.6149
N	.0422	.0461	.0266	.0303	.0392	.0424
G	.9831	.9639	.9793	.9684	.9819	.9710
$G^2$	.9757	.9273	.9736	.9360	.9763	.9387
$\bar{h}$	.2832	.1578	.3046	.2106	.2976	.2047
$\bar{h}^2$	.1568	.0147	.1783	.0704	.1722	.0655
$h_{dom}$	.6182	.6140	.6293	.6262	.6203	.6180
$h^2_{dom}$	.6093	.6009	.6211	.6142	.6118	.6058
$\bar{d}^2\bar{h}$	.5898	.5716	.6027	.5904	.5937	.5812
$N\bar{d}$	.6765	.6779	.6629	.6693	.6727	.6783
GN	.6928	.6786	.6803	.6730	.6900	.6819
$G\bar{h}$	.9903	.9461	.9923	.9609	.9921	.9610
$Gh_{dom}$	.9963	.9679	.9965	.9764	.9966	.9769
$G\bar{h}^2$	.9377	.8658	.9453	.8912	.9429	.8895
$Gh^2_{dom}$	.9766	.9410	.9800	.9526	.9781	.9514
$G^2\bar{h}$	.9843	.9270	.9847	.9391	.9859	.9406
$G^2h_{dom}$	.9841	.9292	.9843	.9401	.9856	.9418
$G^2N$	.8416	.7989	.8334	.8011	.8406	.8077
log G	.9633	.9842	.9568	.9812	.9594	.9834
log $G^2$	.9633	.9842	.9568	.9812	.9594	.9834
log GN	.6299	.6422	.6160	.6308	.6259	.6402
log $G^2N$	.8019	.8184	.7901	.8097	.7977	.8167
log $G^2\bar{h}$	.9845	.9851	.9819	.9910	.9830	.9919
log $G\bar{h}$	.9774	.9601	.9783	.9738	.9781	.9735
log $\bar{d}^2\bar{h}$	.9833	.6765	.6932	.6948	.6848	.6865
log $N\bar{d}$	.6441	.6608	.6297	.6486	.6395	.6578
log $G^2h_{dom}$	.9757	.9953	.9707	.9937	.9722	.9949
log $Gh_{dom}$	.9781	.9964	.9746	.9962	.9750	.9964
log $Gh^2_{dom}$	.9655	.9814	.9645	.9833	.9632	.9820

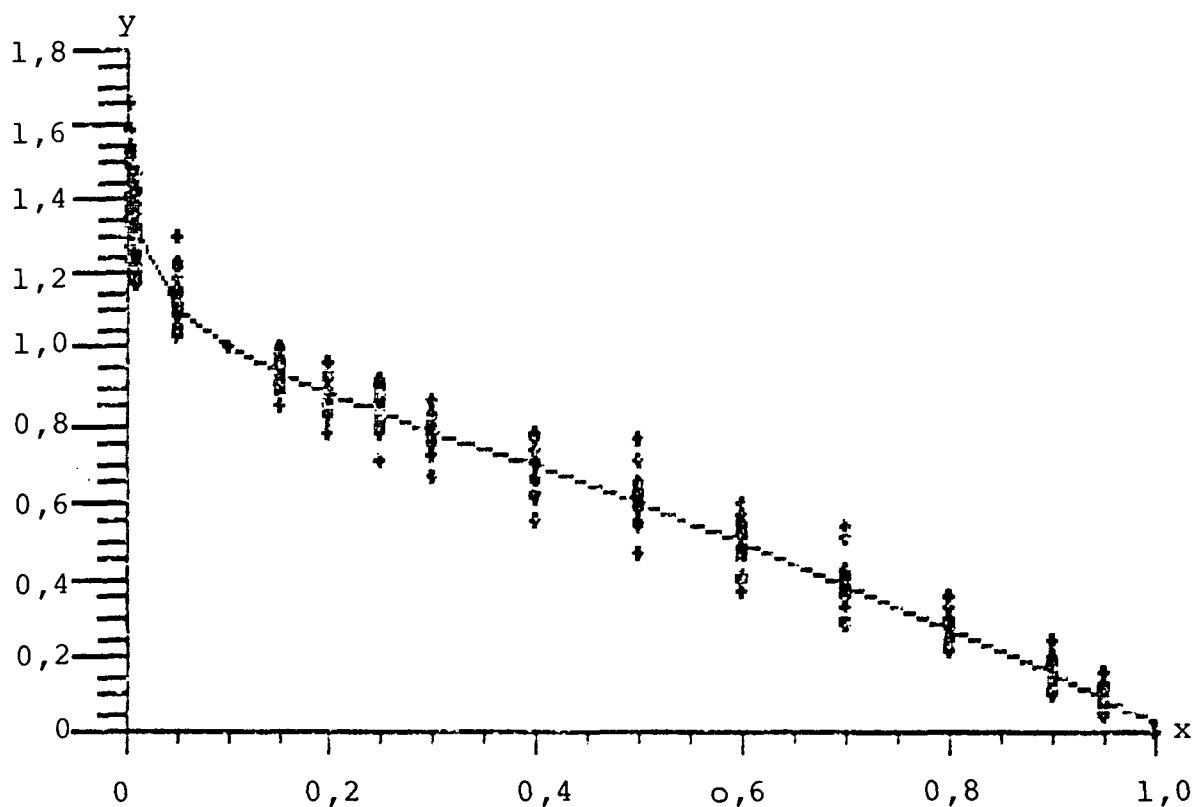


FIGURA 42: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Classe 2

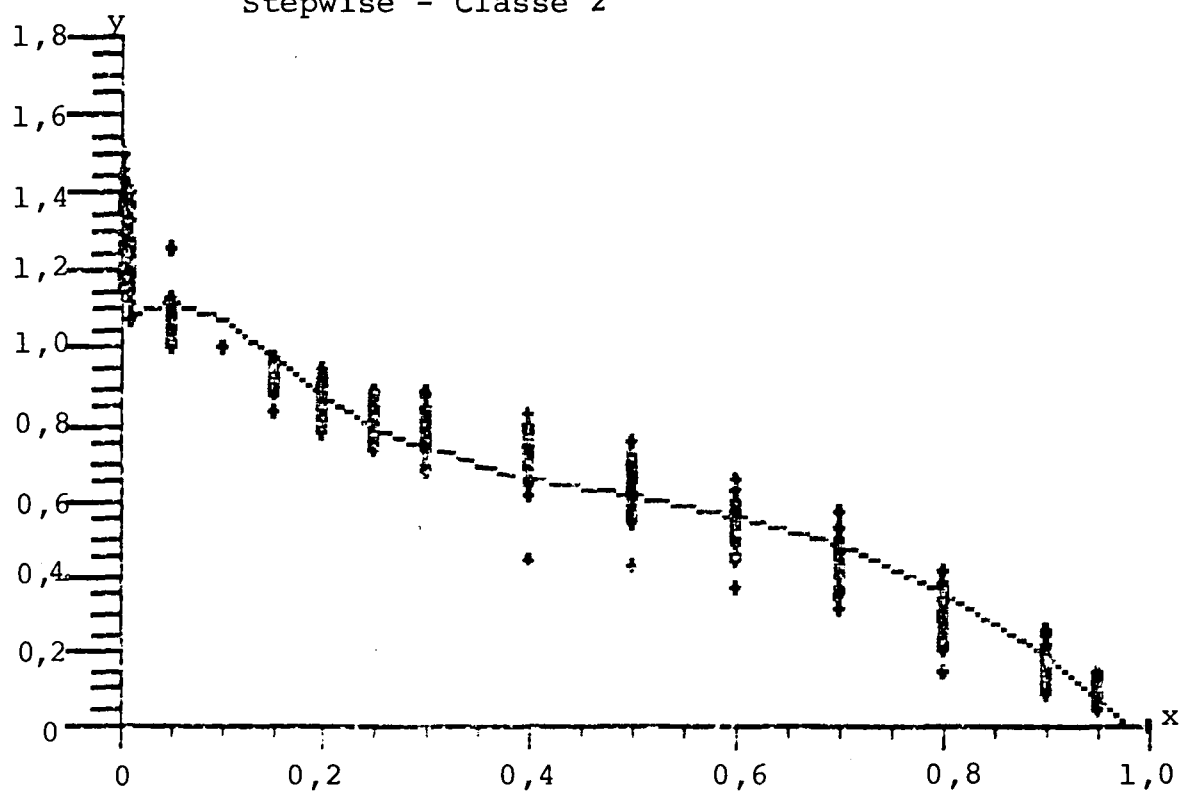


FIGURA 43: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Classe 3

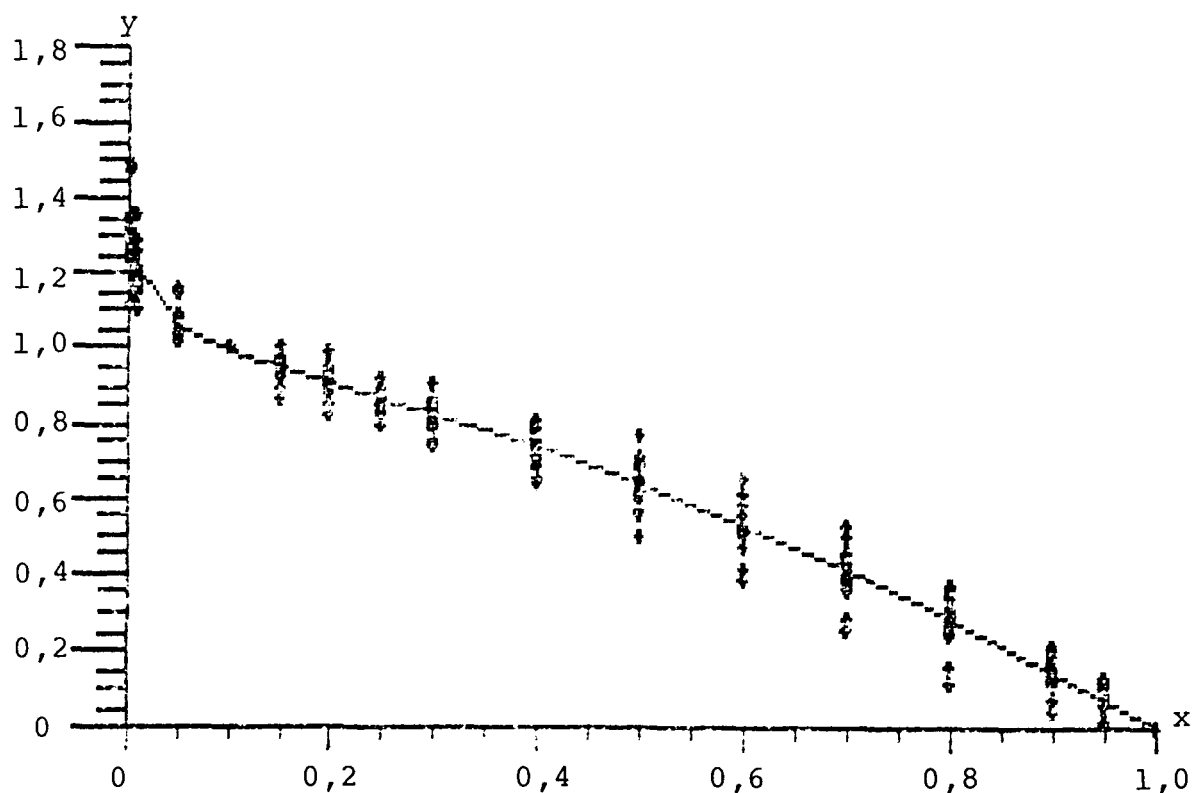


FIGURA 44: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Classe 4

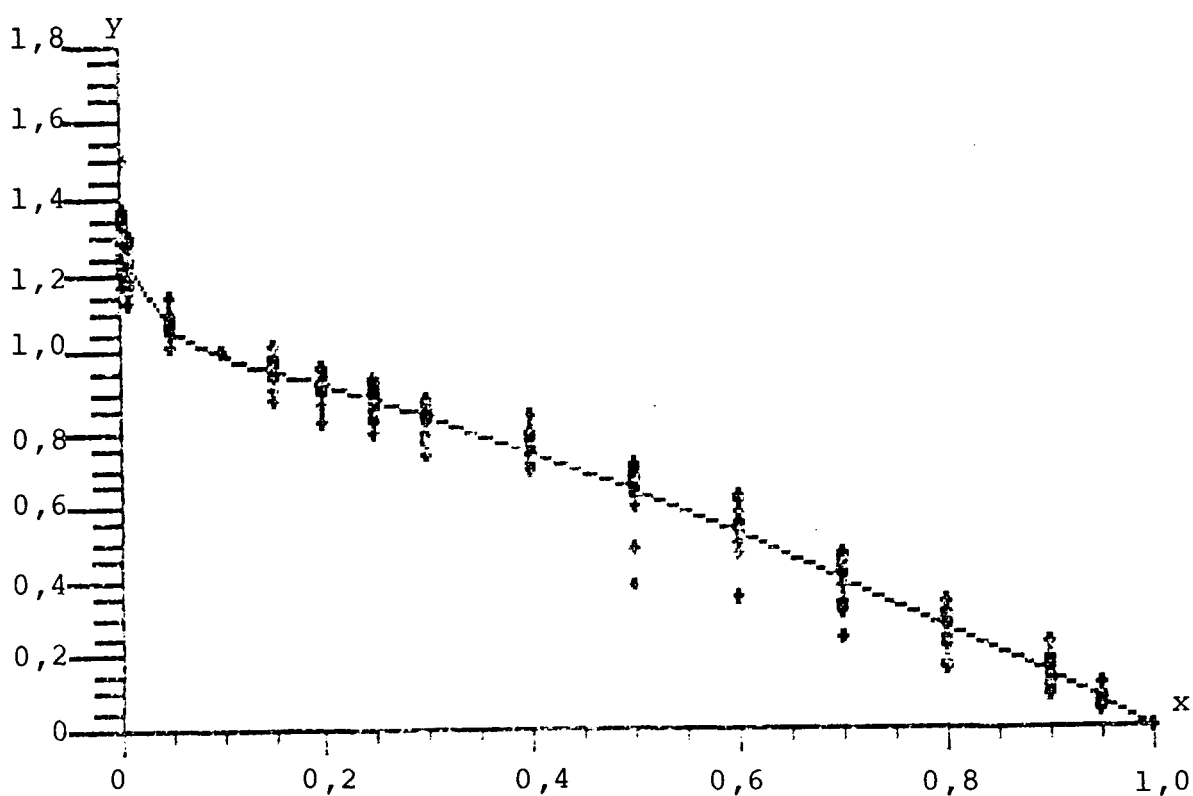


FIGURA 45: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Classe 5

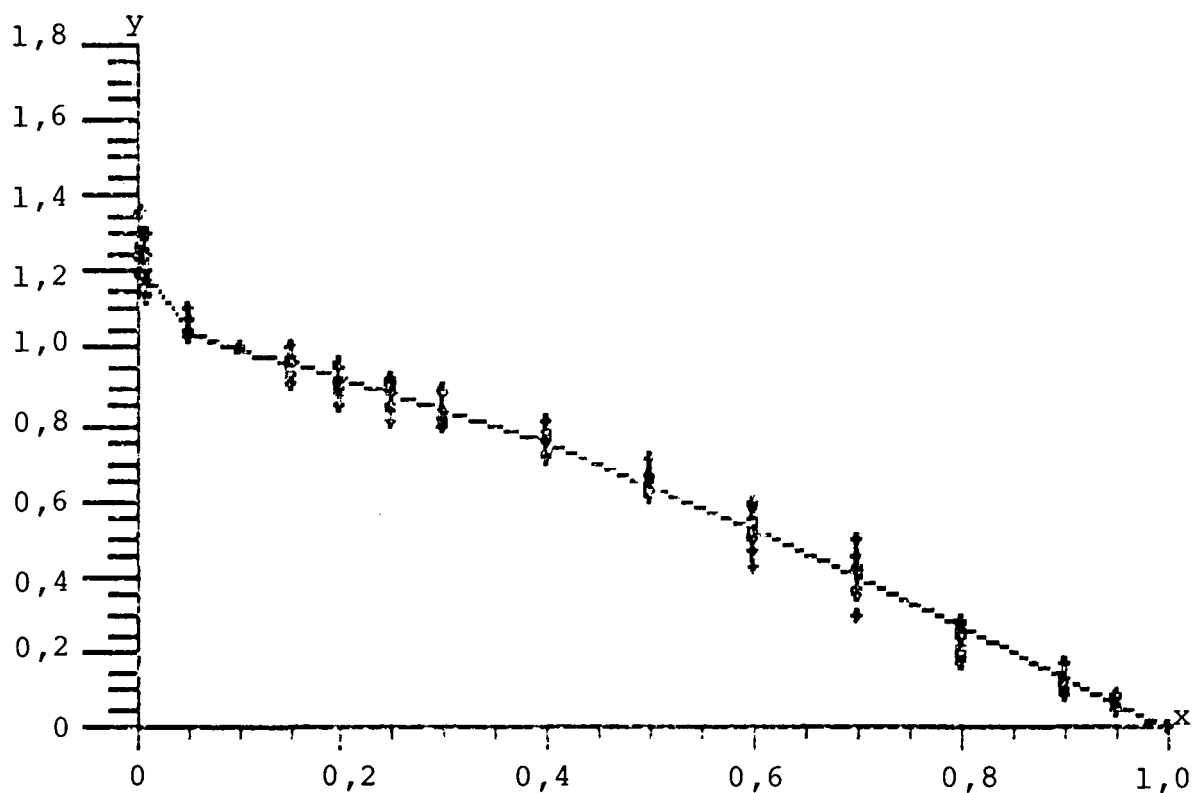


FIGURA 46: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Classe 6

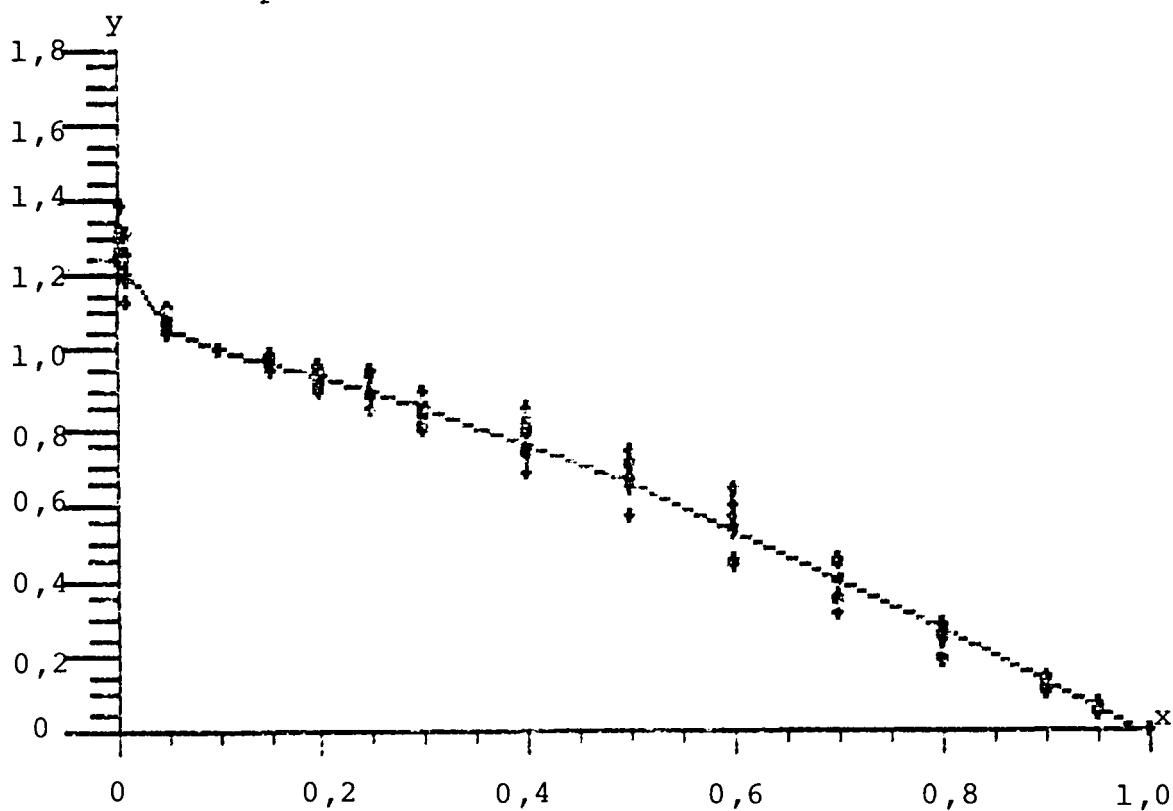


FIGURA 47: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Classe 7

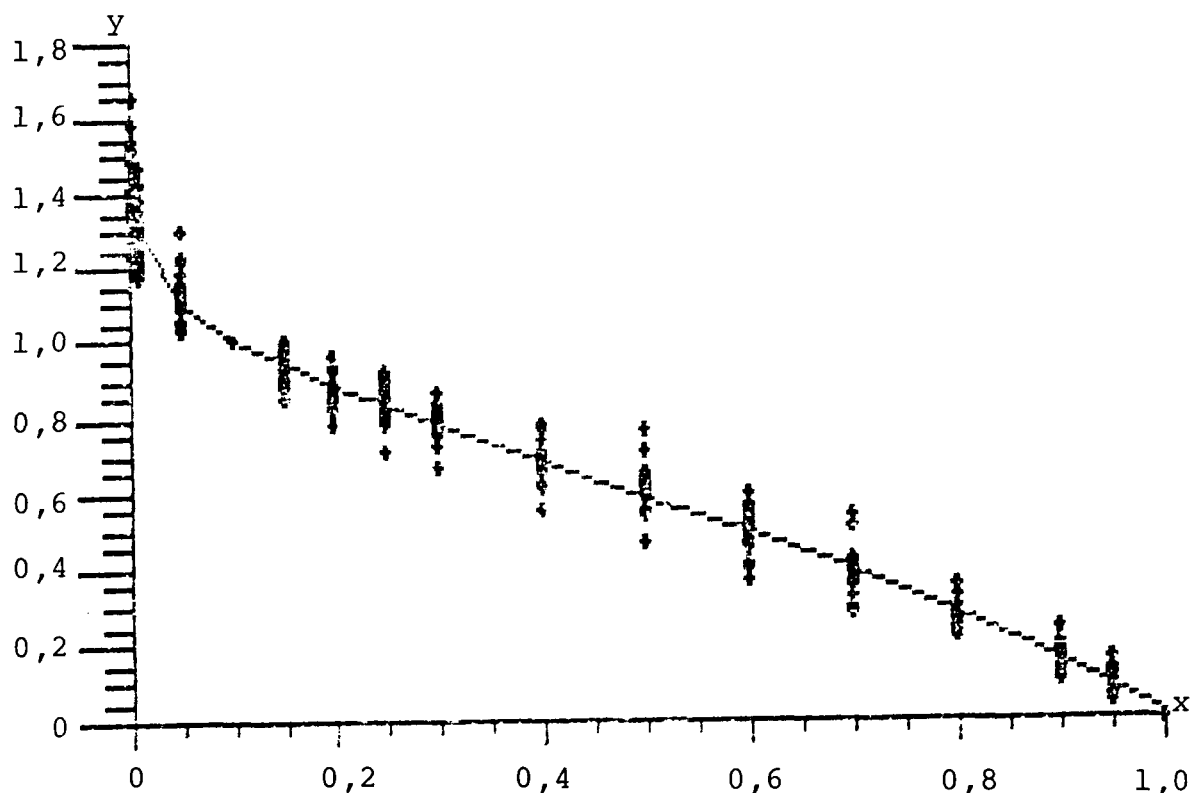


FIGURA 48: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Potências de HRADETZKY - Classe 2

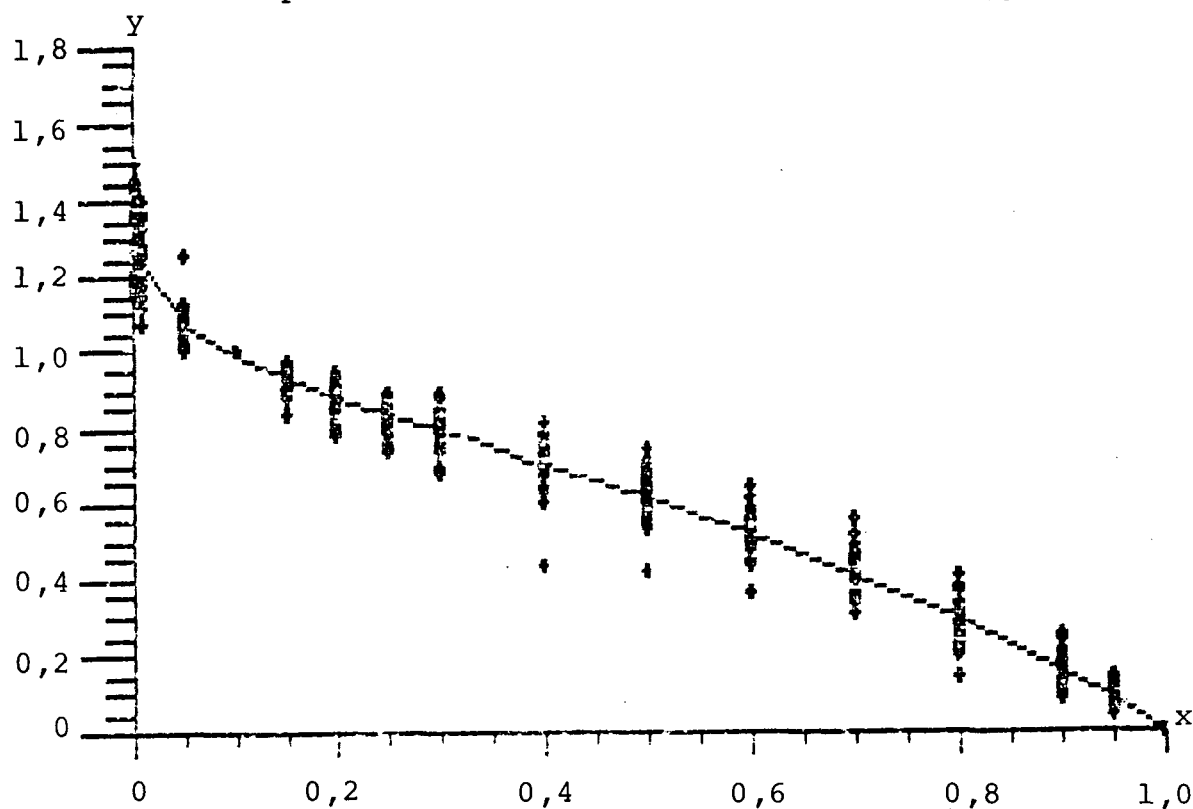


FIGURA 49: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Potências de HRADETZKY - Classe 3

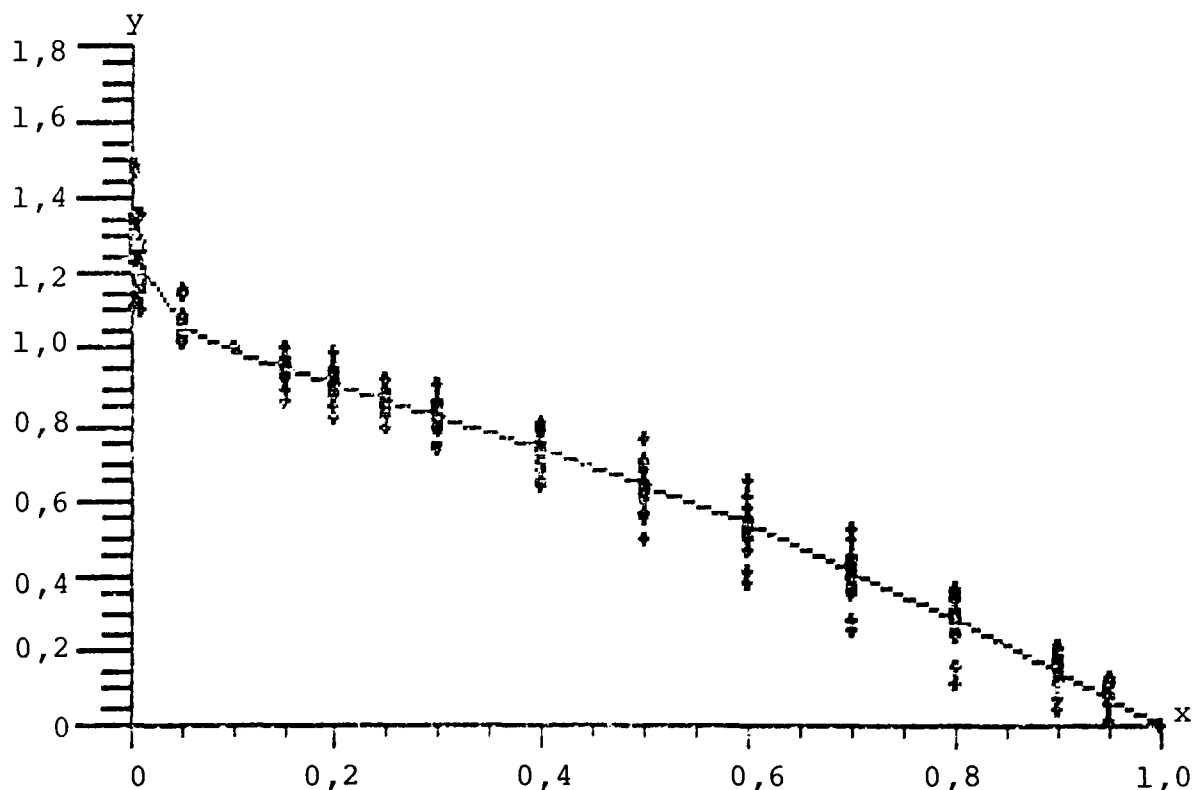


FIGURA 50: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Potências de HRADETZKY - Classe 4

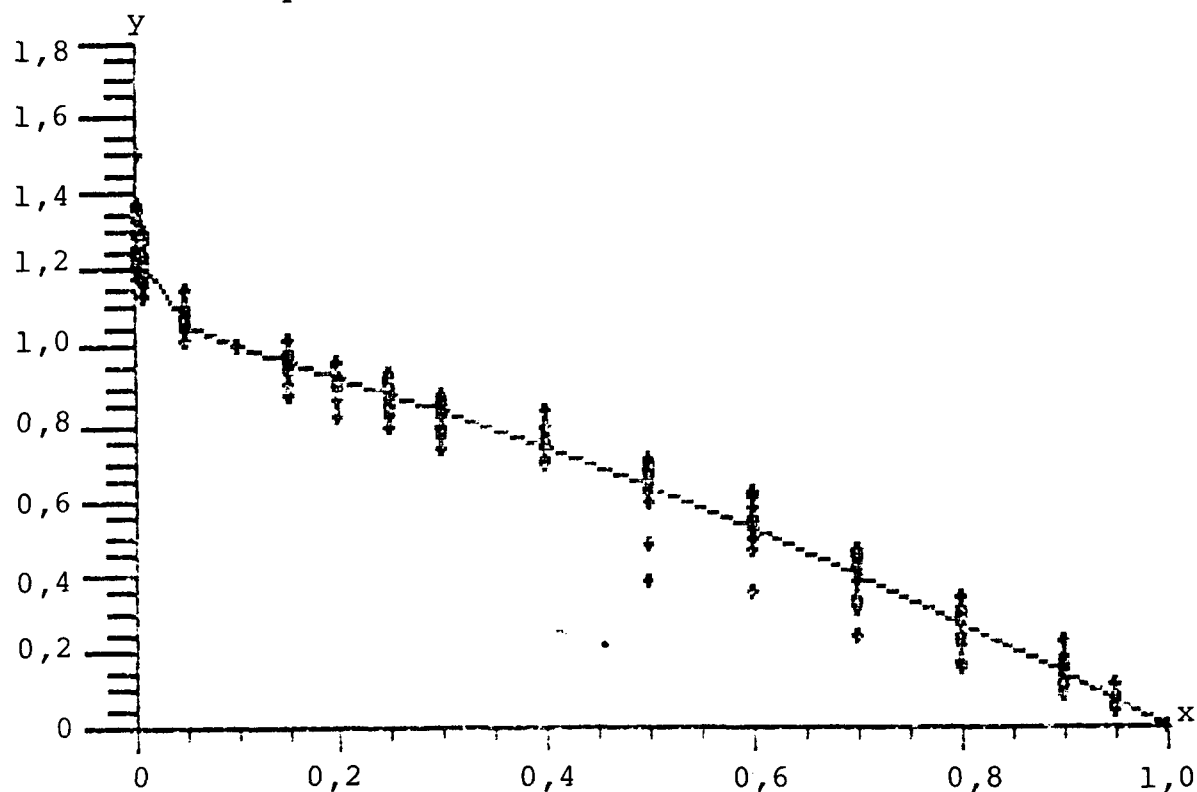


FIGURA 51: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Potências de HRADETZKY - Classe 5

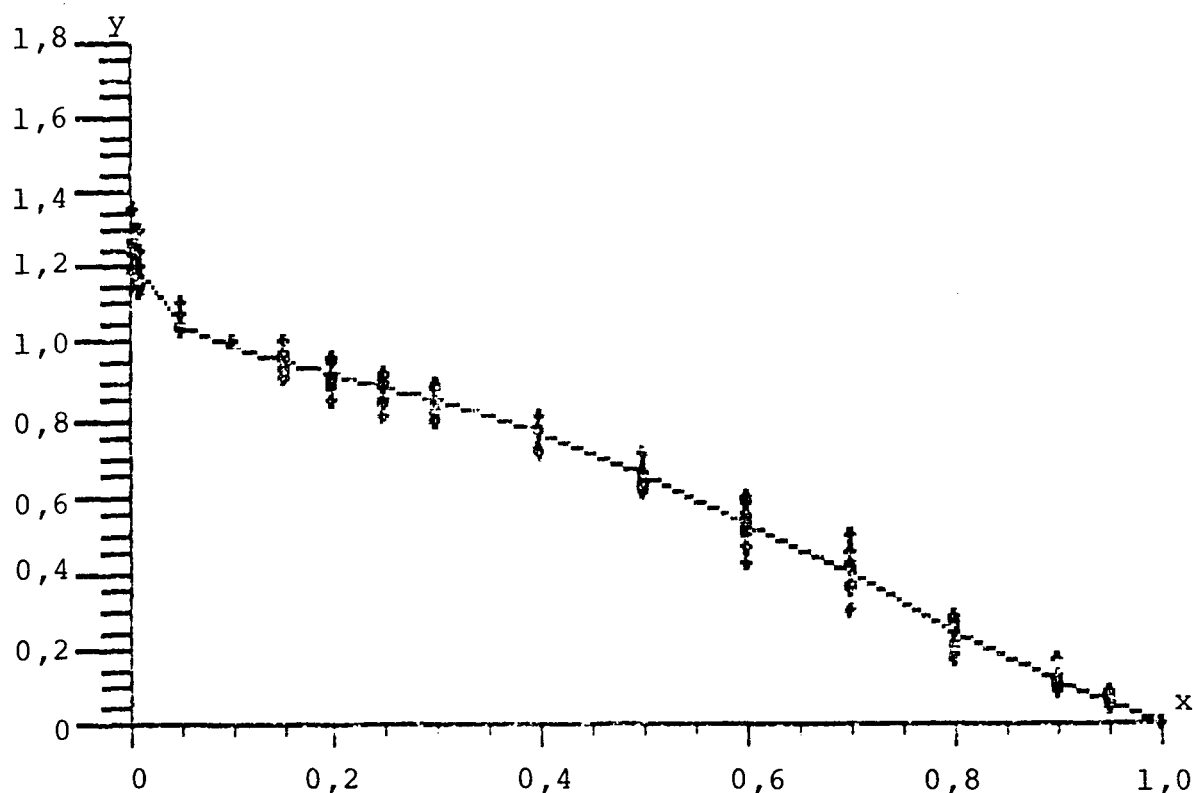


FIGURA 52: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Potências de HRADETZKY - Classe 6

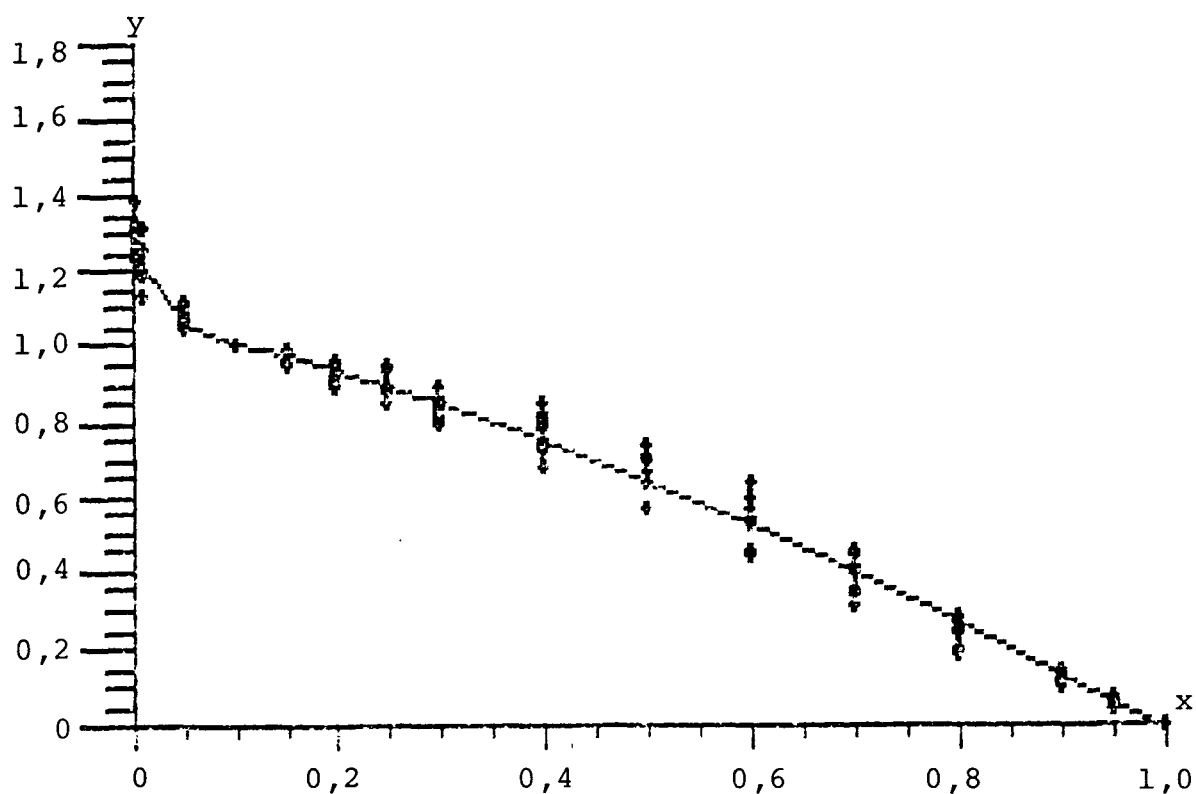


FIGURA 53: Pontos observados e linha de regressão ajustada para o modelo de função de forma elaborado pelo processo Stepwise - Potências de HRADETZKY - Classe 7